• 수학 영역 •

정 답

1	②	2	③	3	④	4	①	5	②
6	①	7	⑤	8	③	9	③	10	④
11	②	12	③	13	②	14	⑤	15	③
16	④	17	⑤	18	①	19	④	20	①
21	②	22	9	23	6	24	112	25	7
26	23	27	420	28	18	29	25	30	2

해 설

1. [출제의도] 근호를 포함한 식의 값을 계산한다.

$$\sqrt{\frac{12}{5}} \times \sqrt{\frac{5}{3}} = \sqrt{\frac{12}{5} \times \frac{5}{3}} = \sqrt{4} = 2$$

2. [출제의도] 다항식을 정리하여 일차항의 계수를 계산한다.

$$(2x+1)^2 - (2x^2+x-1) = (4x^2+4x+1) - (2x^2+x-1) = 4x^2+4x+1-2x^2-x+1 = 2x^2+3x+2$$

따라서 일차항의 계수는 3

3. [출제의도] 삼각비를 이용하여 삼각형의 변의 길이를 계산한다.

삼각형 ABC에서 $\cos 30° = \dfrac{\overline{AB}}{8\sqrt{3}}$

$\overline{AB} = 8\sqrt{3} \times \cos 30° = 8\sqrt{3} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 12$

4. [출제의도] 직선의 방정식을 이해하여 직선의 y절편을 구한다.

두 점 $(1, -1)$, $(2, 1)$을 지나는 직선의 기울기를 a, y절편을 b라 하자.

$a = \dfrac{1-(-1)}{2-1} = 2$이므로

두 점 $(1, -1)$, $(2, 1)$을 지나는 직선의 방정식은

$y = 2x + b$

이 직선이 점 $(1, -1)$을 지나므로

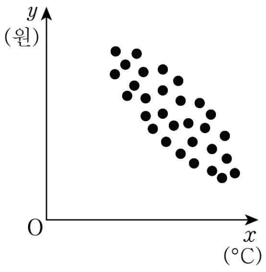
$-1 = 2 \times 1 + b$

$b = -3$

5. [출제의도] 상관관계를 이해하여 적절한 산점도를 추론한다.

일일 최저 기온이 높을수록 일일 난방비가 감소하므로 두 변량 x, y 사이에는 음의 상관관계가 있다.

따라서 x와 y 사이의 상관관계를 나타낸 산점도로 가장 적절한 것은 다음과 같다.



6. [출제의도] 원주각과 중심각 사이의 관계를 이해하여 원주각의 크기를 구한다.

호의 길이는 중심각의 크기에 비례하므로

호 AB에 대한 중심각의 크기는

$360° \times \dfrac{1}{5} = 72°$

호에 대한 원주각의 크기는 중심각의 크기의 $\dfrac{1}{2}$배이므로 호 AB에 대한 원주각의 크기는

$72° \times \dfrac{1}{2} = 36°$

7. [출제의도] 입체도형을 이해하여 직육면체의 겉넓이를 구한다.

직육면체의 높이를 h라 하면 부피는

$2 \times 2 \times h = 12$, $h = 3$

직육면체의 겉넓이는

$2 \times (\text{밑면의 넓이}) + (\text{옆면의 넓이}) = 2 \times 4 + 4 \times 2 \times 3 = 8 + 24 = 32$

8. [출제의도] 도수분포표를 이해하여 계급의 도수를 구한다.

조사한 학생의 수가 25이고

키가 170 cm 미만인 학생의 수는 $a+8$이므로

$\dfrac{a+8}{25} = \dfrac{40}{100}$

$a+8 = 10$, $a = 2$

조사한 학생의 수가 25이므로

$a+8+b+6 = 2+8+b+6 = 25$

따라서 $b = 9$

9. [출제의도] 일차함수와 일차방정식의 관계를 이해하여 상수의 값을 구한다.

두 일차방정식

$ax + 2y - b = 0$ …… ㉠

$2ax + by - 3 = 0$ …… ㉡

의 그래프의 교점의 좌표가 $(2, 1)$이므로

$x = 2$, $y = 1$을 ㉠, ㉡에 각각 대입하면

$2a - b + 2 = 0$, $4a + b - 3 = 0$

a, b에 대한 연립방정식

$\begin{cases} 2a - b = -2 & \text{…… ㉢} \\ 4a + b = 3 & \text{…… ㉣} \end{cases}$

에서 ㉢과 ㉣을 변끼리 더하면

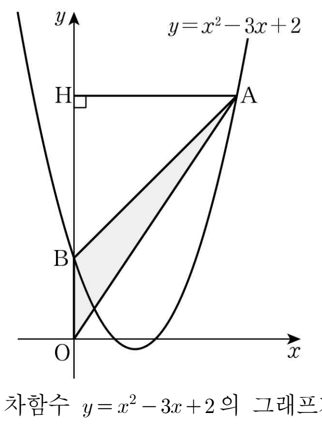
$6a = 1$, $a = \dfrac{1}{6}$

$a = \dfrac{1}{6}$을 ㉢에 대입하면

$2 \times \dfrac{1}{6} - b = -2$, $b = \dfrac{7}{3}$

따라서 $a + b = \dfrac{1}{6} + \dfrac{7}{3} = \dfrac{5}{2}$

10. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이해하여 조건을 만족시키는 점의 좌표를 구한다.



점 B는 이차함수 $y = x^2 - 3x + 2$의 그래프가 y축과 만나는 점이므로

이차함수 $y = x^2 - 3x + 2$에 $x = 0$을 대입하면

$y = 0^2 - 3 \times 0 + 2 = 2$

이므로 점 B의 좌표는 $(0, 2)$

점 A에서 y축에 내린 수선의 발을 $H(0, b)$라 하면

$\triangle OAB = \dfrac{1}{2} \times \overline{OB} \times \overline{AH} = \dfrac{1}{2} \times 2 \times a = 4$

그러므로 $a = 4$, 즉 점 A의 x좌표가 4이므로

이차함수 $y = x^2 - 3x + 2$에 $x = 4$, $y = b$를 대입하면

$b = 4^2 - 3 \times 4 + 2 = 6$

이므로 점 A의 좌표는 $(4, 6)$

따라서 $a + b = 4 + 6 = 10$

11. [출제의도] 일차부등식을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.

학생이 집에서 출발하여 갈 때 이동한 거리를 L km라 하자.

$(\text{시간}) = \dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$이므로

$(\text{갈 때 걸리는 시간}) = \dfrac{L}{3}$ 시간

$(\text{돌아올 때 걸리는 시간}) = \dfrac{L}{4}$ 시간

집에서 출발하여 집으로 돌아올 때까지 걸리는 전체 시간은

$\dfrac{L}{3} + \dfrac{L}{4} = \dfrac{7}{12}L$

이 학생이 집에서 출발하여 집으로 돌아올 때까지 이동한 전체 시간이 2시간 이하가 되어야 하므로

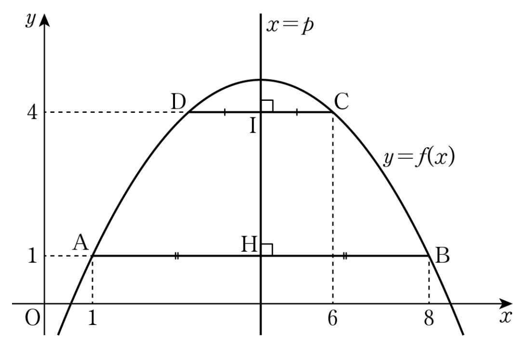
$\dfrac{7}{12}L \le 2$, $L \le \dfrac{24}{7}$

학생이 집에서 출발하여 집으로 돌아올 때까지 이동한 거리는 $2L$이므로

$2L \le \dfrac{48}{7}$

따라서 이동한 거리의 최댓값은 $\dfrac{48}{7}$ km

12. [출제의도] 이차함수의 그래프의 성질을 이해하여 점의 좌표를 구한다.



이차함수 $y = f(x)$의 그래프 위의 두 점 A와 B의 y좌표가 서로 같으므로 직선 AB는 x축에 평행하고 선분 AB의 수직이등분선은 이차함수 $y = f(x)$의 그래프의 축이다.

축의 방정식을 $x = p$라 하자.

선분 AB와 직선 $x = p$가 만나는 점을 H라 하면

$\overline{AH} = \overline{BH}$에서

$p - 1 = 8 - p$

$p = \dfrac{9}{2}$

직선 CD는 직선 AB에 평행하므로 직선 CD도 x축에 평행한 직선이다.

점 C의 y좌표가 4이므로 직선 CD의 방정식은 $y = 4$

점 $D(a, b)$는 직선 $y = 4$ 위에 있으므로 $b = 4$

선분 CD와 직선 $x = \dfrac{9}{2}$가 만나는 점을 I라 하면

$\overline{CI} = \overline{DI}$이고 점 C의 x좌표가 $\dfrac{9}{2}$보다 크므로 $a < \dfrac{9}{2}$

$6 - \dfrac{9}{2} = \dfrac{9}{2} - a$

$a = 3$

따라서 $a + b = 3 + 4 = 7$

13. [출제의도] 다항식의 인수분해를 이해하여 조건을 만족시키는 값을 구한다.

$2x^2 + 9x + k = (2x+a)(x+b) = 2x^2 + (a+2b)x + ab$

에서 $a + 2b = 9$, $k = ab$

a, b는 자연수이므로 가능한 a, b, k의 값은 다음 표와 같다.

a	b	k
7	1	7
5	2	10
3	3	9
1	4	4

따라서 실수 k의 최솟값은 4

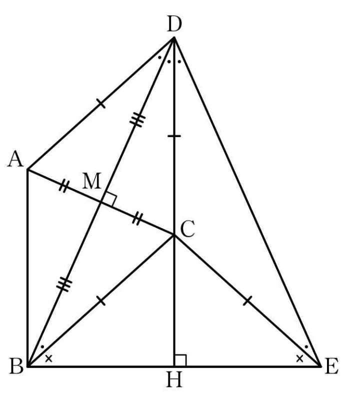
14. [출제의도] 일차방정식을 이용하여 실생활 문제를 해결한다.

동전을 30번 던질 때, 앞면이 나온 횟수를 n이라 하면 뒷면이 나온 횟수는 $30-n$이다.
두 조건 (가), (나)에서 두 점 P, Q의 위치는 각각 $\mathrm{P}(2n)$, $\mathrm{Q}(n-30)$
이때, 두 점 P, Q 사이의 거리가 46이므로
$2n-(n-30)=n+30=46$
$n=16$
따라서 동전의 앞면이 나온 횟수는 16

15. [출제의도] 이차방정식을 이해하여 주어진 선분의 길이를 구한다.

점 B를 중심으로 하고 점 A를 지나는 원의 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{AB}}$이므로
$\overline{\mathrm{BP}}=a$, $\overline{\mathrm{PC}}=8-a$
점 C를 중심으로 하고 점 P를 지나는 원의 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{PC}}$이므로
$\overline{\mathrm{CQ}}=\overline{\mathrm{PC}}=8-a$
$\triangle\mathrm{ABP}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}\times\overline{\mathrm{BP}}=\frac{1}{2}a^2$
$\triangle\mathrm{PCQ}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{PC}}\times\overline{\mathrm{CQ}}=\frac{1}{2}(8-a)^2$
$\square\mathrm{ABCD}=8a$이므로
$\square\mathrm{APQD}=\square\mathrm{ABCD}-\triangle\mathrm{ABP}-\triangle\mathrm{PCQ}$
$=8a-\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}(8-a)^2$
$=8a-\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}(a^2-16a+64)$
$=8a-\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}a^2+8a-32$
$=-a^2+16a-32$
$=\frac{79}{4}$
$-4a^2+64a-128-79=0$
$4a^2-64a+207=0$
$(2a-9)(2a-23)=0$
$a=\frac{9}{2}$ 또는 $a=\frac{23}{2}$
$4<a<8$이므로 $a=\frac{9}{2}$

16. [출제의도] 평면도형의 성질을 이해하여 각의 크기를 구한다.

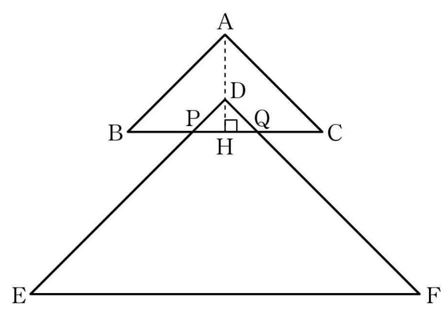


사각형 ABCD는 마름모이므로 두 대각선 AC와 BD는 서로의 수직이등분선이다.
두 대각선 AC와 BD가 만나는 점을 M이라 하면
$\overline{\mathrm{AM}}=\overline{\mathrm{MC}}$, $\overline{\mathrm{BM}}=\overline{\mathrm{MD}}$
$\angle\mathrm{AMB}=\angle\mathrm{CMB}=\angle\mathrm{CMD}=\angle\mathrm{AMD}=90°$
이므로 네 삼각형 AMB, CMB, CMD, AMD는 서로 합동이다.
$\angle\mathrm{ADB}=\angle\mathrm{CDB}$ …… ㉠
직선 CD와 선분 BE가 만나는 점을 H라 하자.
세 점 C, D, H는 선분 BE의 수직이등분선 위의 점이므로
$\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{ED}}$, $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{EC}}$, $\overline{\mathrm{BH}}=\overline{\mathrm{EH}}$
두 삼각형 BCD, ECD에서
$\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{ED}}$, $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{EC}}$이고 선분 CD는 공통이므로
두 삼각형 BCD, ECD는 합동인 이등변삼각형이다.
$\angle\mathrm{CBD}=\angle\mathrm{CED}=\angle\mathrm{CDB}=\angle\mathrm{CDE}$ …… ㉡
$\angle\mathrm{ADE}=\angle\mathrm{ADB}+\angle\mathrm{CDB}+\angle\mathrm{CDE}=72°$
㉠, ㉡에서
$\angle\mathrm{ADB}=\angle\mathrm{CDB}=\angle\mathrm{CDE}=\angle\mathrm{CED}=24°$
$\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{EC}}$, $\overline{\mathrm{BH}}=\overline{\mathrm{EH}}$이고 선분 CH는 공통이므로
두 삼각형 BCH, ECH는 서로 합동이다.
$\angle\mathrm{CEB}=\angle\mathrm{CEH}=\angle\mathrm{CBH}$
$\angle\mathrm{CDE}=\angle\mathrm{EDH}=24°$, $\angle\mathrm{BED}=\angle\mathrm{DEH}$이고
삼각형 DHE의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle\mathrm{EDH}+\angle\mathrm{DEH}+\angle\mathrm{DHE}$
$=\angle\mathrm{EDH}+(\angle\mathrm{CED}+\angle\mathrm{CEB})+\angle\mathrm{DHE}$
$=24°+(24°+\angle\mathrm{CEB})+90°=180°$
따라서 $\angle\mathrm{CEB}=42°$

17. [출제의도] 이차함수의 그래프를 이해하여 주어진 조건을 만족시키는 상수의 값을 구한다.

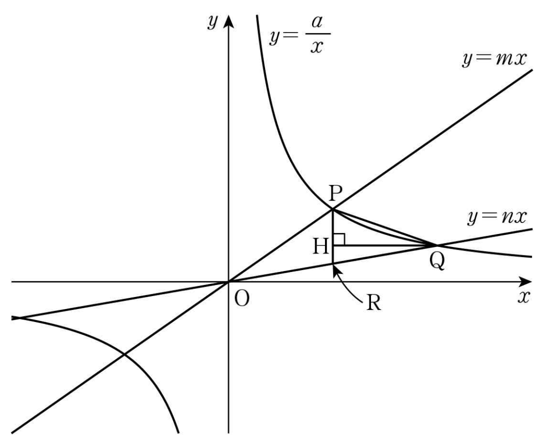
$f(x)=ax^2-4ax+5a+1$
$=a(x-2)^2+a+1$
이므로 점 A의 좌표는 $(2,\ a+1)$
$g(x)=-x^2-2ax$
$=-(x+a)^2+a^2$
이므로 점 B의 좌표는 $(-a,\ a^2)$
$f(x)=ax^2-4ax+5a+1$에 $x=0$을 대입하면
$f(0)=a\times0^2-4a\times0+5a+1$
$=5a+1$
이므로 점 C의 좌표는 $(0,\ 5a+1)$
$\square\mathrm{OACB}=\triangle\mathrm{OAC}+\triangle\mathrm{OCB}$
$=\frac{(5a+1)\times2}{2}+\frac{(5a+1)\times a}{2}$
$=\frac{(5a+1)(2+a)}{2}=7$
$(5a+1)(2+a)=14$
$5a^2+11a-12=0$
$(5a-4)(a+3)=0$
$a=\frac{4}{5}$ 또는 $a=-3$
$a>0$이므로 $a=\frac{4}{5}$

18. [출제의도] 삼각형의 무게중심의 성질을 이해하여 주어진 도형의 둘레의 길이를 구한다.



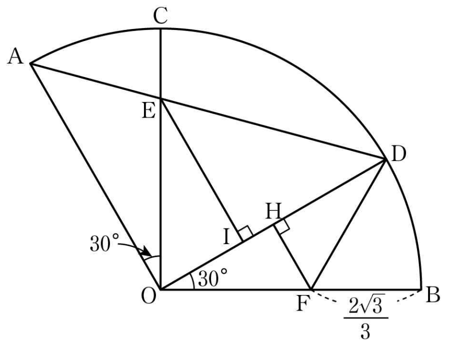
선분 BC가 두 선분 DE, DF와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.
$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$이고 $\angle\mathrm{CAB}=90°$이므로
$\angle\mathrm{ABC}=\angle\mathrm{ACB}=45°$
$\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{DF}}$이고 $\angle\mathrm{FDE}=90°$이므로
$\angle\mathrm{DEF}=\angle\mathrm{DFE}=45°$
$\overline{\mathrm{BC}}\,/\!/\,\overline{\mathrm{EF}}$이므로
$\angle\mathrm{DPQ}=\angle\mathrm{DEF}=45°$ (동위각)
$\angle\mathrm{DQP}=\angle\mathrm{DFE}=45°$ (동위각)
삼각형 ABC와 삼각형 DPQ는 서로 닮은 도형이다.
선분 BC의 중점을 H라 하자.
점 D가 삼각형 ABC의 무게중심이므로
점 D는 선분 AH 위에 있다.
삼각형 ABC가 이등변삼각형이므로
선분 AH와 선분 BC는 서로 수직이다.
무게중심의 성질에 의해 $\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{DH}}=2:1$이므로
$\overline{\mathrm{AH}}:\overline{\mathrm{DH}}=3:1$
두 삼각형 ABC, DPQ의 닮음비는 $3:1$이므로
$\overline{\mathrm{BC}}:\overline{\mathrm{PQ}}=3:1$
$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{2}$이므로 피타고라스 정리에 의해 $\overline{\mathrm{BC}}=2$
따라서
$\overline{\mathrm{PQ}}=\frac{2}{3}$
$\overline{\mathrm{PH}}=\overline{\mathrm{HQ}}$이므로
$\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{QC}}$
$=\frac{1}{2}\times\left(2-\frac{2}{3}\right)=\frac{2}{3}$
$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{2}$이고 두 삼각형 ABC, DPQ의 닮음비가 $3:1$이므로
$\overline{\mathrm{DP}}=\overline{\mathrm{DQ}}=\frac{\sqrt{2}}{3}$
$\overline{\mathrm{PE}}=\overline{\mathrm{DE}}-\overline{\mathrm{DP}}$
$=2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{2}}{3}=\frac{5\sqrt{2}}{3}$
같은 방법으로 $\overline{\mathrm{QF}}=\frac{5\sqrt{2}}{3}$
$\overline{\mathrm{DE}}=\overline{\mathrm{DF}}=2\sqrt{2}$이므로 피타고라스 정리에 의해 $\overline{\mathrm{EF}}=4$
따라서 모양 도형의 둘레의 길이는
$2\left(\sqrt{2}+\frac{2}{3}+\frac{5\sqrt{2}}{3}\right)+4=\frac{16+16\sqrt{2}}{3}$

19. [출제의도] 정비례 관계, 반비례 관계를 이해하여 상수의 값을 구한다.



점 R의 좌표를 $(p,\ q)$라 하면 점 P의 x좌표는 p이다.
두 점 R, Q는 정비례 관계 $y=nx$의 그래프 위의 점이고, 점 Q의 x좌표가 점 R의 x좌표의 2배이므로
점 Q의 좌표는 $(2p,\ 2q)$이다.
두 점 P, Q는 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이고, 점 P의 x좌표가 점 Q의 x좌표의 $\frac{1}{2}$배이므로
점 P의 y좌표는 점 Q의 y좌표의 2배이다.
그러므로 점 P의 좌표는 $(p,\ 4q)$이다.
점 Q에서 선분 RP에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{\mathrm{QH}}=2p-p=p$
$\overline{\mathrm{RP}}=4q-q=3q$
$\triangle\mathrm{PRQ}=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{RP}}\times\overline{\mathrm{QH}}$
$=\frac{1}{2}\times3q\times p$
$=\frac{3}{2}pq$
$\triangle\mathrm{PRQ}=\frac{3}{2}$이므로 $pq=1$
점 $\mathrm{P}(p,\ 4q)$는 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$의 그래프 위의 점이므로 $4q=\frac{a}{p}$, $a=4pq$
따라서 $a=4$

20. **[출제의도] 삼각비를 이용하여 삼각형의 넓이를 구하는 문제를 해결한다.**



점 F에서 선분 OD에 내린 수선의 발을 H라 하자.
$\overline{OF}=x$라 하면

직각삼각형 OFH에서 $\cos 30^\circ = \frac{\overline{OH}}{\overline{OF}}$이므로

$\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\overline{OH}}{x}$

$\overline{OH}=\frac{\sqrt{3}}{2}x$

부채꼴 OAB의 반지름의 길이를 r라 하면

$r=2\overline{OH}=\sqrt{3}x$ 이므로

$r=\overline{OF}+\overline{BF}$

$=x+\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$=\sqrt{3}x$

$(\sqrt{3}-1)x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

$x=\frac{2\sqrt{3}}{3(\sqrt{3}-1)}$

$=\frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)}{3(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}$

$=\frac{2\times3+2\sqrt{3}}{3\times2}$

$=\frac{3+\sqrt{3}}{3}$

$r=\sqrt{3}x$

$=\sqrt{3}\times\frac{3+\sqrt{3}}{3}$

$=\frac{3\sqrt{3}+3}{3}$

$=\sqrt{3}+1$

점 E에서 선분 OD에 내린 수선의 발을 I라 하고 $\overline{OI}=y$라 하면

$\angle EOI=\angle AOB-\angle AOC-\angle DOB$

$=120^\circ-30^\circ-30^\circ=60^\circ$

직각삼각형 EOI에서

$\tan(\angle EOI)=\tan 60^\circ$

$=\frac{\overline{EI}}{\overline{OI}}$

$=\frac{\overline{EI}}{y}$

$\overline{EI}=y\times\tan 60^\circ$

$=\sqrt{3}y$

$\overline{OA}=\overline{OD}$인 이등변삼각형 AOD에서

$\angle AOD=\angle AOC+\angle COD$

$=\angle AOC+\angle EOI$

$=30^\circ+60^\circ=90^\circ$

이므로 삼각형 AOD가 직각삼각형이다.

그러므로 $\angle EDI=\angle ADO=45^\circ$

$\tan(\angle EDI)=\tan 45^\circ$

$=\frac{\overline{EI}}{\overline{DI}}$

$=\frac{\sqrt{3}y}{\overline{DI}}$

$\overline{DI}=\sqrt{3}y\times\frac{1}{\tan 45^\circ}$

$=\sqrt{3}y$

$\overline{OD}=\overline{OI}+\overline{DI}$

$=y+\sqrt{3}y$

$=(\sqrt{3}+1)y$

$\sqrt{3}+1=(\sqrt{3}+1)y$

$y=1$

따라서

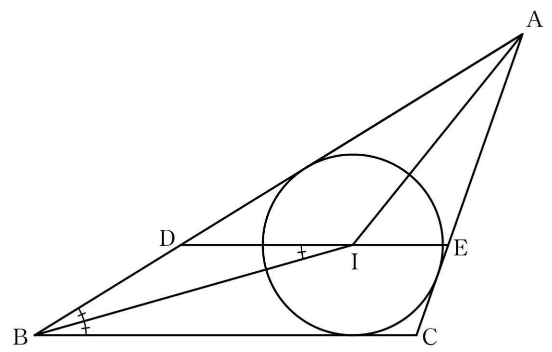
$\triangle ODE=\frac{1}{2}\times\overline{OD}\times\overline{EI}$

$=\frac{1}{2}\times r\times\sqrt{3}y$

$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{3}+1)\times\sqrt{3}$

$=\frac{3+\sqrt{3}}{2}$

21. **[출제의도] 삼각형의 내심의 성질과 피타고라스 정리를 이용하여 참, 거짓을 추론한다.**

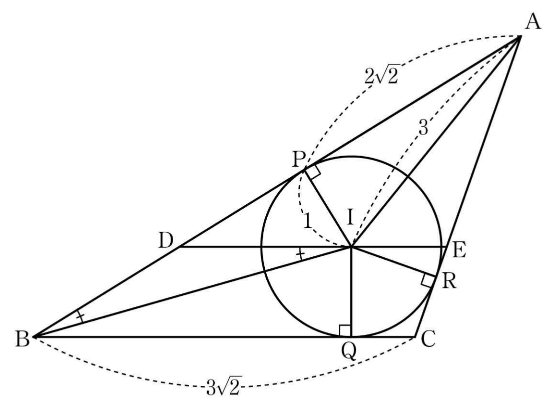


ㄱ. 직선 DE와 직선 BC가 평행하므로

$\angle IBC=\angle BID$ (엇각)

점 I가 삼각형 ABC의 내심이므로 $\angle IBC=\angle IBD$

가 되어 $\angle BID=\angle IBD$ (참)



ㄴ. $\angle BID=\angle IBD$이므로

삼각형 DBI는 $\overline{DB}=\overline{DI}$인 이등변삼각형이다.

그러므로

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{DB}$

$=\overline{AD}+\overline{DI}$

같은 방법으로 $\overline{CA}=\overline{IE}+\overline{EA}$

$\overline{DE}=\overline{DI}+\overline{IE}$ 이므로

삼각형 ADE의 둘레의 길이는

$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}=\overline{AD}+(\overline{DI}+\overline{IE})+\overline{EA}$

$=(\overline{AD}+\overline{DI})+(\overline{IE}+\overline{EA})$

$=\overline{AB}+\overline{CA}$

점 I에서 세 선분 AB, BC, CA에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R라 하면 피타고라스 정리에 의해

$\overline{AP}=\sqrt{3^2-1^2}$

$=2\sqrt{2}$

$\overline{AP}$, $\overline{RA}$는 점 A에서 내접원에 그은 접선이므로

$\overline{AP}=\overline{RA}$

같은 방법으로 $\overline{PB}=\overline{BQ}$, $\overline{QC}=\overline{CR}$

$\triangle ABC=\triangle ABI+\triangle BCI+\triangle CAI$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times1+\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times1+\frac{1}{2}\times\overline{CA}\times1$

$=\frac{1}{2}\times(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$

$=\frac{1}{2}\times(\overline{AP}+\overline{PB}+\overline{BQ}+\overline{QC}+\overline{CR}+\overline{RA})$

$=\frac{1}{2}\times(4\sqrt{2}+2\overline{PB}+2\overline{CR})$

$=2\sqrt{2}+\overline{PB}+\overline{CR}$

$=5\sqrt{2}$

$\overline{PB}+\overline{CR}=3\sqrt{2}$

그러므로 삼각형 ADE의 둘레의 길이는

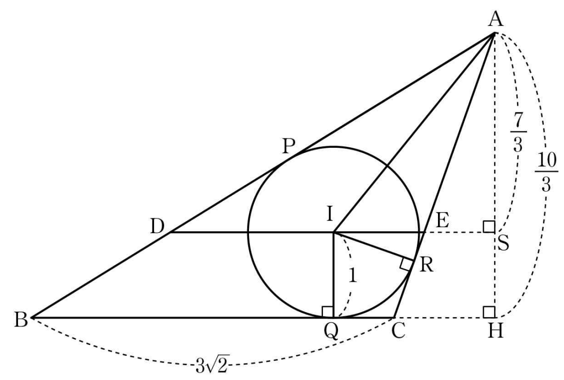
$\overline{AD}+\overline{DE}+\overline{EA}=\overline{AB}+\overline{CA}$

$=\overline{AP}+\overline{PB}+\overline{CR}+\overline{RA}$

$=4\sqrt{2}+\overline{PB}+\overline{CR}$

$=4\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

$=7\sqrt{2}$ (참)



ㄷ. $\overline{PB}=\overline{BQ}$, $\overline{QC}=\overline{CR}$ 이므로

$\overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{QC}$

$=\overline{PB}+\overline{CR}$

$=3\sqrt{2}$

점 A에서 직선 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$=\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times\overline{AH}$

$=5\sqrt{2}$

이므로 $\overline{AH}=\frac{10}{3}$

직선 DE와 선분 AH가 만나는 점을 S라 하면

$\angle BQI=\angle BHA=90^\circ$ 이므로

두 직선 IQ와 AH는 서로 평행하다.

직선 BC와 직선 DE가 평행하므로 사각형 IQHS가 평행사변형이 되어

$\overline{SH}=\overline{IQ}=1$

$\overline{AS}=\overline{AH}-\overline{SH}$

$=\frac{10}{3}-1$

$=\frac{7}{3}$

$\angle BAC$는 공통, $\angle ADE=\angle ABC$ (동위각)

이므로 두 삼각형 ABC, ADE는 서로 닮은 도형이고 닮음비는

$\frac{10}{3}:\frac{7}{3}=10:7$

그러므로

$\overline{DE}=\frac{7}{10}\times\overline{BC}$

$=\frac{7}{10}\times3\sqrt{2}$

$=\frac{21}{10}\sqrt{2}$ (거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

22. **[출제의도] 이차방정식의 근을 이용하여 상수의 값을 계산한다.**

이차방정식 $x^2-2ax+5a=0$의 한 근이 $x=3$이므로

$x^2-2ax+5a=0$에 $x=3$을 대입하면

$9-6a+5a=0$

$9-a=0$

따라서 $a=9$

23. [출제의도] 연립일차방정식의 해를 계산한다.

연립일차방정식

$\begin{cases} x-y=4 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x+y=11 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$

에서 ㉠과 ㉡을 변끼리 더하면

$3x=15$

$x=5$

$x=5$를 ㉠에 대입하면

$5-y=4$

$y=1$

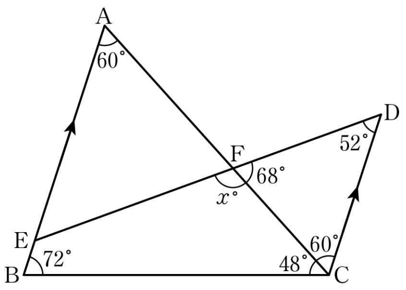
이므로 구하는 연립일차방정식의 해는

$x=5,\ y=1$

이므로 $a=5,\ b=1$

따라서 $a+b=5+1=6$

24. [출제의도] 평면도형의 성질을 이해하여 각의 크기를 구한다.



삼각형 ABC의 세 내각의 크기의 합이 $180°$이므로

$\angle A+\angle B+\angle C=180°$

$\angle B=72°,\ \angle C=48°$이므로

$\angle A=180°-72°-48°$

$=60°$

한편, 두 선분 AB와 DC가 서로 평행하므로

$\angle ACD=\angle A=60°$ (엇각)

삼각형 CDF의 세 내각의 크기의 합이 $180°$이므로

$\angle FCD+\angle CDF+\angle DFC=180°$

$\angle DFC=180°-60°-52°$

$=68°$

$\angle EFC=180°-\angle DFC$

$=180°-68°$

$=112°$

따라서 $x=112$

25. [출제의도] 주어진 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하는 문제를 해결한다.

14의 약수는 1, 2, 7, 14이다.

a, b는 1 이상 6 이하의 자연수이므로 14의 약수 중 $a+b$의 값으로 가능한 것은 2 또는 7이다.

(i) $a+b=2$인 경우

$a=1$이면 $b=1$

이므로 가능한 순서쌍의 개수는 $(1,1)$의 1

(ii) $a+b=7$인 경우

$a=1$이면 $b=6$

$a=2$이면 $b=5$

$a=3$이면 $b=4$

$a=4$이면 $b=3$

$a=5$이면 $b=2$

$a=6$이면 $b=1$

이므로 가능한 순서쌍의 개수는

$(1,6),\ (2,5),\ (3,4),\ (4,3),\ (5,2),\ (6,1)$의 6

(i), (ii)에서 가능한 모든 순서쌍 (a,b)의 개수는

$1+6=7$

26. [출제의도] 중앙값, 평균의 의미를 이해하여 자료의 변량을 추론하고 그 최빈값을 구한다.

두 실수 a, b에 대하여 $a\le b$라 하자.

a, b를 제외한 자료의 값을 크기순으로 정렬하면

1, 4, 5, 6, 8, 9

중앙값인 6.5보다 작은 값의 개수는 1, 4, 5, 6의 4이고 변량의 개수가 8이므로 a와 b는 모두 6.5보다 크다.

변량의 개수가 짝수이고 중앙값이 6.5이므로

$6.5=\dfrac{6+a}{2}$

$a=7$

평균이 6이므로

$\dfrac{1+4+5+6+7+8+9+b}{8}=\dfrac{40+b}{8}$

$=6$

$40+b=48$

$b=8$

자료의 값을 크기순으로 정렬하면

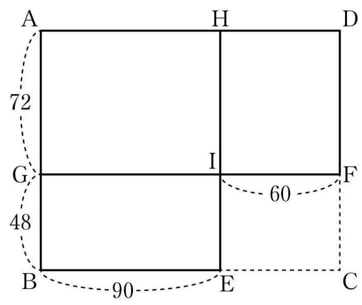
1, 4, 5, 6, 7, 8, 8, 9

이므로 최빈값은 8이다.

$c=8$

따라서 $a+b+c=7+8+8=23$

27. [출제의도] 소인수분해를 이용하여 실생활 문제를 해결한다.



그림과 같이 선분 AB에 수직이고 점 F를 지나는 직선이 선분 AB와 만나는 점을 G,

선분 BC에 수직이고 점 E를 지나는 직선이 선분 DA와 만나는 점을 H,

두 선분 GF와 EH가 만나는 점을 I라 하자.

직사각형 AGIH의 내부에 정사각형을 서로 겹치지 않고 빈틈없이 붙이려면 붙이는 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이가 두 선분 AG, GI의 길이의 공약수가 되어야 한다.

이때 붙이는 정사각형 모양의 종이의 개수가 최소가 되기 위해서는 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이가 두 선분 AG, GI의 길이의 최대공약수가 되어야 한다.

같은 방법으로 직사각형 GBEI의 내부에 정사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않고 빈틈없이 붙일 때, 붙이는 종이의 개수가 최소가 되기 위해서는 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이가 두 선분 GB, BE의 길이의 최대공약수가 되어야 한다.

같은 방법으로 직사각형 HIFD의 내부에 정사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않고 빈틈없이 붙일 때, 붙이는 종이의 개수가 최소가 되기 위해서는 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이가 두 선분 HI, IF의 길이의 최대공약수가 되어야 한다.

$\overline{AG}=72,\ \overline{GI}=90$에서

$72=2^3\times3^2$

$90=2\times3^2\times5$

이므로

72와 90의 최대공약수는 $2\times3^2=18$

$\overline{GB}=48,\ \overline{BE}=90$에서

$48=2^4\times3$

$90=2\times3^2\times5$

이므로

48과 90의 최대공약수는 $2\times3=6$

$\overline{HI}=72,\ \overline{IF}=60$에서

$72=2^3\times3^2$

$60=2^2\times3\times5$

이므로

72과 60의 최대공약수는 $2^2\times3=12$

세 직사각형 AGIH, GBEI, HIFD에 합동인 정사각형 모양의 종이를 붙여야 하므로 한 변의 길이는 18, 6, 12의 공약수가 되어야 한다.

이때 모양의 종이의 내부에 붙이는 정사각형 모양의 종이의 개수가 최소가 되기 위해서는 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이가 18, 6, 12의 최대공약수 6이 되어야 한다.

그러므로 붙이는 정사각형 모양의 종이 1개의 넓이는 $6^2=36$

$(\square AGIH+\square GBEI+\square HIFD)\div36$

$=(72\times90+48\times90+72\times60)\div36=420$

따라서 붙일 수 있는 종이의 개수의 최솟값은 420

28. [출제의도] 주어진 조건을 만족시키는 자연수의 개수를 추론한다.

$p^2q<n\le pq^2$을 만족시키는 자연수 n의 개수는

pq^2-p^2q이므로

$pq^2-p^2q=pq(q-p)=308$

$p<q$이므로 $q-p>0$이고 p, q가 자연수이므로

$q-p$도 자연수이다.

$p<q$이고 $q-p<q$이므로

세 자연수 $p,\ q,\ q-p$ 중 q가 가장 큰 자연수이다.

308을 소인수분해하면

$308=2^2\times7\times11$

q는 308의 가장 큰 소인수이므로 $q=11$

p는 308의 소인수이고 $p<q$이므로 $p=2$ 또는 $p=7$

(i) $p=2$인 경우

$pq(q-p)=2\times11\times(11-2)=198$

(ii) $p=7$인 경우

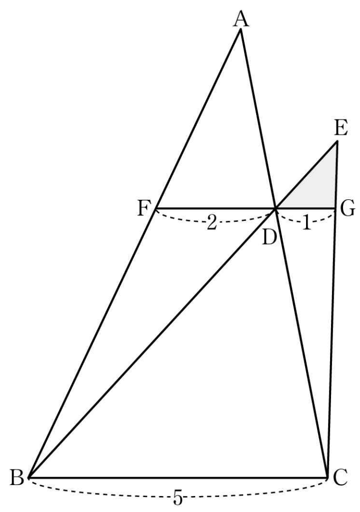
$pq(q-p)=7\times11\times(11-7)=308$

(i), (ii)에 의하여 $pq(q-p)=308$일 때

$p=7,\ q=11$

따라서 $p+q=18$

29. [출제의도] 삼각형의 닮음을 이용하여 도형의 넓이를 구하는 문제를 해결한다.



두 삼각형 EDG, EBC에서 $\overline{DG}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

두 삼각형 EDG, EBC는 서로 닮은 도형이다.

$\overline{DE}:\overline{DB}=1:4$이므로

$\overline{DE}:\overline{BE}=\overline{DG}:\overline{BC}=1:5$

$\overline{BC}=5$

$\overline{BD}:\overline{BE}=4:5$ $\cdots\cdots$ ㉠

두 삼각형 EDG와 EBC의 닮음비가 $1:5$이므로

넓이의 비는 $1^2:5^2=1:25$이고

$\triangle EBC=25\times\triangle EDG$

㉠에서

$\triangle BCD=\dfrac{4}{5}\times\triangle EBC=\dfrac{4}{5}\times(25\times\triangle EDG)=20\times\triangle EDG$

두 삼각형 AFD, ABC에서 $\overline{FD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로

두 삼각형 AFD, ABC는 서로 닮은 도형이다.

$\overline{FD}:\overline{BC}=2:5$이므로

$\overline{AD}:\overline{AC}=2:5$

$\overline{DC}:\overline{AC}=3:5$ $\cdots\cdots$ ㉡

두 삼각형 AFD와 ABC의 닮음비가 $2:5$이므로

넓이의 비는 $2^2:5^2=4:25$이고

$\triangle ABC=\frac{25}{4}\times\triangle AFD=\frac{75}{4}$ 이다.

ㄴ에서

$\triangle BCD=\frac{3}{5}\times\triangle ABC=\frac{3}{5}\times\frac{75}{4}=\frac{45}{4}$

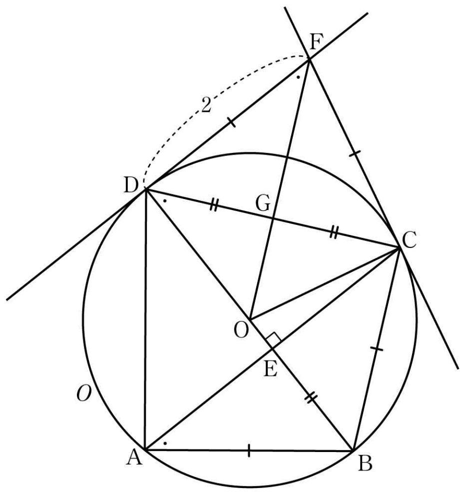
삼각형 BCD의 넓이는 $20\times\triangle EDG=\frac{45}{4}$ 이므로

$\triangle EDG=\frac{9}{16}$

$p=16,\ q=9$

따라서 $p+q=16+9=25$

30. [출제의도] 원의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구하는 문제를 해결한다.



$\overline{AB}=\overline{CB}$, 선분 BE는 공통, $\angle AEB=\angle CEB=90^\circ$ 이므로 두 삼각형 ABE, CBE는 서로 합동이다.

그러므로 $\overline{AE}=\overline{CE}$

직선 BD는 삼각형 ABC의 변 AC의 수직이등분선이므로 외접원 O의 중심은 선분 BD 위에 있다.

원 O의 중심을 O, 선분 OF와 선분 CD가 만나는 점을 G라 하자.

원 O 외부의 점 F에서 원 O에 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $\overline{FC}=\overline{FD}=2$

$\overline{FC}=\overline{FD}$, $\overline{OC}=\overline{OD}$, $\angle OCF=\angle ODF=90^\circ$ 이므로

두 삼각형 OCF, ODF는 서로 합동이다.

$\overline{OC}=\overline{OD}$, $\overline{OG}$가 공통이고 $\angle COG=\angle DOG$ 이므로

두 삼각형 COG, DOG는 서로 합동이다.

$\overline{CD}\perp\overline{OF}$, $\overline{CG}=\overline{DG}$

그러므로 $\overline{CD}=\overline{CG}+\overline{DG}=2\times\overline{DG}$

각 BAC와 각 BDC는 호 BC에 대한 원주각이므로

$\angle BAC=\angle BDC$, 즉 $\angle BAE=\angle EDC$

$\angle ABE=90^\circ-\angle BAE=90^\circ-\angle EDC=\angle FDG$

$\overline{AB}=\overline{FD}=2$, $\angle ABE=\angle FDG$, $\angle AEB=\angle FGD=90^\circ$

이므로 두 직각삼각형 ABE, FDG는 서로 합동이다.

그러므로 $\overline{BE}=\overline{DG}$

$\angle EAB=\angle EDC$, $\angle AEB=\angle DEC=90^\circ$ 이므로

두 삼각형 ABE, DCE는 서로 닮음이다.

$\overline{AB}:\overline{BE}=\overline{DC}:\overline{CE}$ 에서

$\overline{BE}\times\overline{DC}=\overline{AB}\times\overline{CE}$

$\overline{DC}=2\times\overline{DG}=2\times\overline{BE}$ 이므로

$2\times\overline{BE}^2=\overline{AB}\times\overline{CE}$

직각삼각형 ABE에서 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2=\overline{BE}^2+\overline{AE}^2$, 즉 $\overline{BE}^2=\overline{AB}^2-\overline{AE}^2$

$2\times\left(\overline{AB}^2-\overline{AE}^2\right)=\overline{AB}\times\overline{CE}$

$\overline{AE}=x$라 하면

$\overline{CE}=\overline{AE}=x$ 이므로

$2(2^2-x^2)=2x$

$x^2+x-4=0$

$x=\frac{-1-\sqrt{17}}{2}$ 또는 $x=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

$x>0$ 이므로 $x=\frac{-1+\sqrt{17}}{2}$

$a=-1,\ b=1$

따라서 $a^2+b^2=(-1)^2+1^2=2$