제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $2^{\sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}-1}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

2. 함수 $f(x)=2x^3+3x$ 에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(2h)-f(0)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

3. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$과 공비가 2인 등비수열 $\{b_n\}$이

$a_2=b_2,\ a_4=b_4$

를 만족시킬 때, a_1+b_1의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. 두 자연수 m, n에 대하여 함수 $f(x)=x(x-m)(x-n)$이

$f(1)f(3)<0,\ f(3)f(5)<0$

을 만족시킬 때, $f(6)$의 값은? [3점]

① 30 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 54

5. $\pi<\theta<\frac{3}{2}\pi$인 θ에 대하여

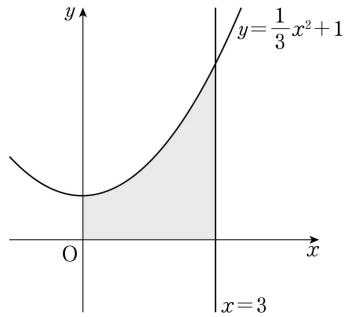
$$\frac{1}{1-\cos\theta}+\frac{1}{1+\cos\theta}=18$$

일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

6. 곡선 $y=\frac{1}{3}x^2+1$과 x축, y축 및 직선 $x=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① 6 ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{22}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{26}{3}$



7. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때,

$$S_7-S_4=0,\ S_6=30$$

이다. a_2의 값은? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

8. 두 함수

$$f(x)=-x^4-x^3+2x^2,\ g(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+a$$

가 있다. 모든 실수 x에 대하여 부등식

$$f(x)\le g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a의 최솟값은? [3점]

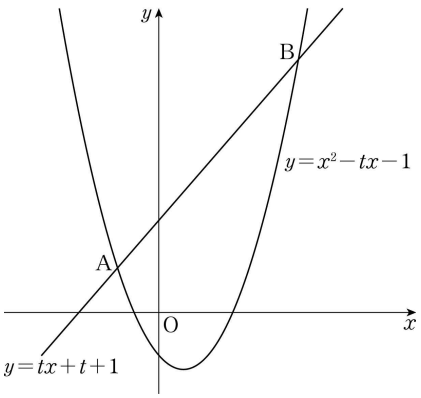
① 8 ② $\frac{26}{3}$ ③ $\frac{28}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

9. 자연수 $n(n\ge 2)$에 대하여 $n^2-16n+48$의 n제곱근 중 실수인 것의 개수를 $f(n)$이라 할 때, $\sum_{n=2}^{10} f(n)$의 값은? [4점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

10. 실수 $t(t>0)$에 대하여 직선 $y=tx+t+1$과 곡선 $y=x^2-tx-1$이 만나는 두 점을 A, B라 할 때, $\lim_{t\to\infty}\frac{\overline{AB}}{t^2}$의 값은? [4점]

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

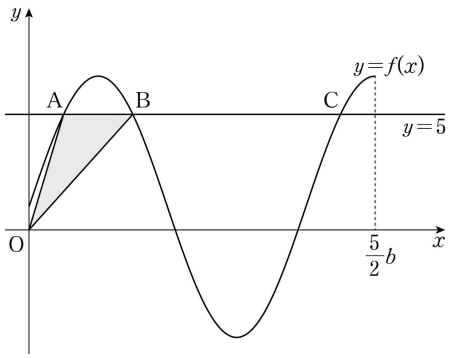


11. 그림과 같이 두 상수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=a\sin\frac{\pi x}{b}+1\left(0\le x\le\frac{5}{2}b\right)$$

의 그래프와 직선 $y=5$가 만나는 점을 x좌표가 작은 것부터 차례로 A, B, C라 하자.

$\overline{BC}=\overline{AB}+6$이고 삼각형 AOB의 넓이가 $\frac{15}{2}$일 때, a^2+b^2의 값은? (단, $a>4$, $b>0$이고, O는 원점이다.) [4점]



① 68 ② 70 ③ 72 ④ 74 ⑤ 76

12. 양수 k에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=|x^3-12x+k|$$

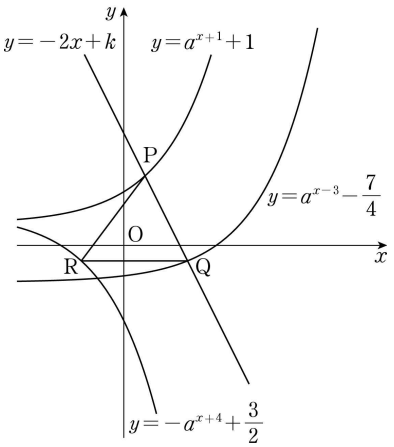
라 하자. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=a\,(a\ge0)$이 만나는 서로 다른 점의 개수가 홀수가 되도록 하는 실수 a의 값이 오직 하나일 때, k의 값은? [4점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

13. 그림과 같이 두 상수 $a\,(a>1)$, k에 대하여 두 함수

$$y=a^{x+1}+1,\ y=a^{x-3}-\frac{7}{4}$$

의 그래프와 직선 $y=-2x+k$가 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 Q를 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=-a^{x+4}+\frac{3}{2}$의 그래프와 점 R에서 만나고 $\overline{PR}=\overline{QR}=5$일 때, $a+k$의 값은? [4점]



① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ 7 ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(2)=0$인 이차함수 $f(x)$가 모든 자연수 n에 대하여

$$\int_4^n f(x)\,dx \geq 0$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $f(2)<0$

ㄴ. $\int_4^3 f(x)\,dx > \int_4^2 f(x)\,dx$

ㄷ. $6 \leq \int_4^6 f(x)\,dx \leq 14$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases}\frac{1}{2}a_n+2n & (a_n\text{이 }4\text{의 배수인 경우})\\ a_n+2n & (a_n\text{이 }4\text{의 배수가 아닌 경우})\end{cases}$$

이다.

(나) $a_3>a_5$

$50<a_4+a_5<60$이 되도록 하는 a_1의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은? [4점]

① 224 ② 228 ③ 232 ④ 236 ⑤ 240

단 답 형

16. 방정식

$$\log_2(x-2)=1+\log_4(x+6)$$

을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=(x+2)f(x)$$

라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3, 2)$에서의 접선의 기울기가 4일 때, $g'(3)$의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k-b_k+2)=50,\ \sum_{k=1}^{10}(a_k-2b_k)=-10$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}(a_k+b_k)$의 값을 구하시오. [3점]

19. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t\geq 0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=12t-12,\ v_2(t)=3t^2+2t-12$$

이다. 시각 $t=k\,(k>0)$에서 두 점 P, Q의 위치가 같을 때, 시각 $t=0$에서 $t=k$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [3점]

20. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

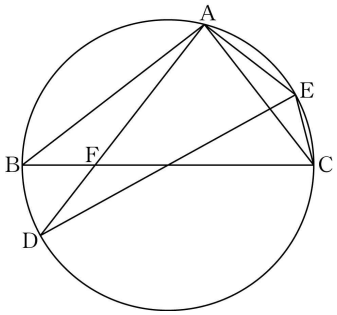
$$2x^2f(x)=3\int_0^x(x-t)\{f(x)+f(t)\}\,dt$$

를 만족시킨다. $f'(2)=4$일 때, $f(6)$의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 선분 BC를 지름으로 하는 원에 두 삼각형 ABC와 ADE가 모두 내접한다. 두 선분 AD와 BC가 점 F에서 만나고

$$\overline{BC}=\overline{DE}=4,\ \overline{BF}=\overline{CE},\ \sin(\angle CAE)=\frac{1}{4}$$

이다. $\overline{AF}=k$일 때, k^2의 값을 구하시오. [4점]



22. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 구간 $(0, \infty)$에서 정의된 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} x^3-8x^2+16x & (0<x\le 4) \\ f(x) & (x>4) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$가 구간 $(0, \infty)$에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(10)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) $g\left(\frac{21}{2}\right)=0$

(나) 점 $(-2, 0)$에서 곡선 $y=g(x)$에 그은, 기울기가 0이 아닌 접선이 오직 하나 존재한다.

*** 확인 사항**

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5 지 선 다 형

23. 확률변수 X가 이항분포 $B(45, p)$를 따르고 $E(X)=15$일 때, p의 값은? [2점]

① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{7}{15}$ ⑤ $\frac{8}{15}$

24. 두 사건 A, B가 서로 배반사건이고

$$P(A\cup B)=\frac{5}{6},\ P(A^C)=\frac{3}{4}$$

일 때, $P(B)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

25. 숫자 0, 1, 2 중에서 중복을 허락하여 4 개를 택해 일렬로 나열하여 만들 수 있는 네 자리의 자연수 중 각 자리의 수의 합이 7 이하인 자연수의 개수는? [3점]

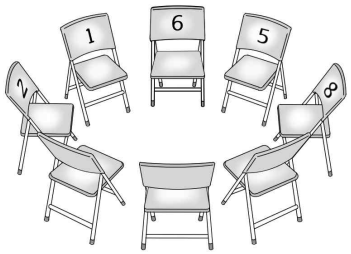
① 45 ② 47 ③ 49 ④ 51 ⑤ 53

26. 어느 지역에서 수확하는 양파의 무게는 평균이 m, 표준편차가 16 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역에서 수확한 양파 64 개를 임의추출하여 얻은 양파의 무게의 표본평균이 $\overline{x}$ 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $240.12 \le m \le a$ 이다. $\overline{x}+a$ 의 값은? (단, 무게의 단위는 g 이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

① 486 ② 489 ③ 492 ④ 495 ⑤ 498

27. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8개의 의자가 있다. 이 8개의 의자를 일정한 간격을 두고 원형으로 배열할 때, 서로 이웃한 2개의 의자에 적혀 있는 두 수가 서로소가 되도록 배열하는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 72 ② 78 ③ 84 ④ 90 ⑤ 96



28. 정규분포를 따르는 두 확률변수 X, Y의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$이다. $\mathrm{V}(X)=\mathrm{V}(Y)$이고, 양수 a에 대하여

$$f(a)=f(3a)=g(2a),$$

$$\mathrm{P}(Y\le 2a)=0.6915$$

일 때, $\mathrm{P}(0\le X\le 3a)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.6687
④ 0.7745 ⑤ 0.8185

단답형

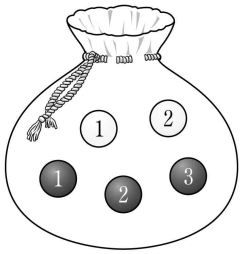
29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a \le b \le c \le 8$
(나) $(a-b)(b-c)=0$

30. 주머니에 숫자 1, 2가 하나씩 적혀 있는 흰 공 2개와 숫자 1, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 들어 있다.
이 주머니를 사용하여 다음 시행을 한다.

주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼내어
꺼낸 공이 서로 같은 색이면 꺼낸 공 중 임의로 1개의 공을 주머니에 다시 넣고,
꺼낸 공이 서로 다른 색이면 꺼낸 공을 주머니에 다시 넣지 않는다.

이 시행을 한 번 한 후 주머니에 들어 있는 모든 공에 적힌 수의 합이 3의 배수일 때, 주머니에서 꺼낸 2개의 공이 서로 다른 색일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

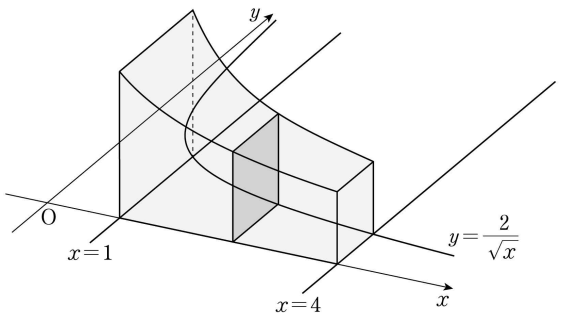
23. $\lim_{n\to\infty}\frac{2n^2+3n-5}{n^2+1}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. $\lim_{n\to\infty}\frac{2\pi}{n}\sum_{k=1}^{n}\sin\frac{\pi k}{3n}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

25. 그림과 같이 곡선 $y=\frac{2}{\sqrt{x}}$ 와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=4$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피는? [3점]



① $6\ln 2$ ② $7\ln 2$ ③ $8\ln 2$ ④ $9\ln 2$ ⑤ $10\ln 2$

26. 함수 $f(x)=e^{2x}+e^{x}-1$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 함수 $g(5f(x))$의 $x=0$에서의 미분계수는? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

27. 모든 항이 자연수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{3^n}=4$$

이고 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_{2n}}$이 실수 S에 수렴할 때, S의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

28. 함수

$$f(x)=\sin x\cos x\times e^{a\sin x+b\cos x}$$

이 다음 조건을 만족시키도록 하는 서로 다른 두 실수 a, b의 순서쌍 (a, b)에 대하여 $a-b$의 최솟값은? [4점]

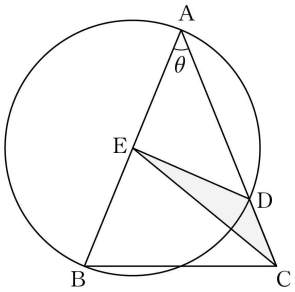
(가) $ab=0$

(나) $\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)dx=\frac{1}{a^2+b^2}-2e^{a+b}$

① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

단답형

29. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{BC}=2$인 삼각형 ABC에 대하여 선분 AB를 지름으로 하는 원이 선분 AC와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 D라 하고, 선분 AB의 중점을 E라 하자. $\angle BAC=\theta$일 때, 삼각형 CDE의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $60\times\lim_{\theta\to 0+}\frac{S(\theta)}{\theta}$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$) [4점]



30. 두 정수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=(x^2+ax+b)e^{-x}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 극값을 갖는다.
(나) 함수 $|f(x)|$가 $x=k$에서 극대 또는 극소인 모든 k의 값의 합은 3이다.

$f(10)=pe^{-10}$일 때, p의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

23. 좌표공간의 두 점 A$(a, 0, 1)$, B$(2, -3, 0)$에 대하여 선분 AB를 3 : 2로 외분하는 점이 yz 평면 위에 있을 때, a의 값은? [2점]

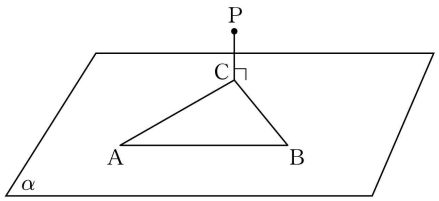
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{27}=1$의 한 점근선의 방정식이 $y=3x$일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단, a는 양수이다.) [3점]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 6

25. 평면 α 위에 $\overline{AB}=6$ 이고 넓이가 12인 삼각형 ABC가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 평면 α에 내린 수선의 발이 점 C와 일치한다. $\overline{PC}=2$일 때, 점 P와 직선 AB 사이의 거리는? [3점]

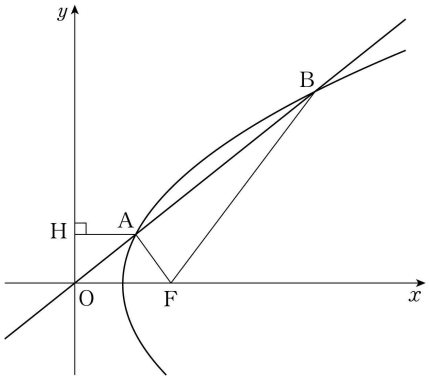
① $3\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{26}$



26. 그림과 같이 초점이 F(2, 0)이고 x축을 축으로 하는 포물선이 원점 O를 지나는 직선과 제1사분면 위의 두 점 A, B에서 만난다. 점 A에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\overline{AF}=\overline{AH}$, $\overline{AF}:\overline{BF}=1:4$

일 때, 선분 AF의 길이는? [3점]



① $\frac{13}{12}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{17}{12}$

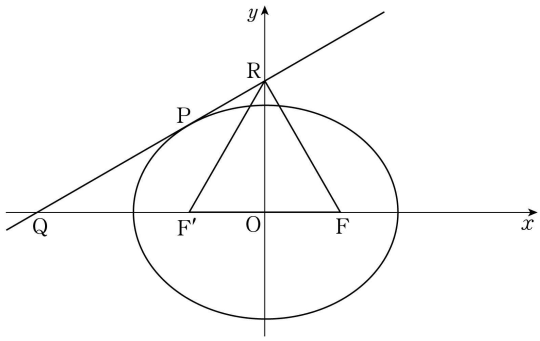
27. 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 벡터 $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$는 서로 평행하다.
(나) $t\overrightarrow{AC}=3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AD}$를 만족시키는 실수 t가 존재한다.

삼각형 ABD의 넓이가 12일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [3점]

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

28. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ $(c>0)$인 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{18}=1$이 있다. 타원 위의 점 중 제2사분면에 있는 점 P에서의 접선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 Q, R이라 하자. 삼각형 RF′F가 정삼각형이고 점 F′은 선분 QF의 중점일 때, c^2의 값은? (단, a는 양수이다.) [4점]



① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

단답형

29. 좌표평면 위의 점 A(5, 0)에 대하여 제1사분면 위의 점 P가

$$|\overrightarrow{OP}|=2,\ \overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{AP}=0$$

을 만족시키고, 제1사분면 위의 점 Q가

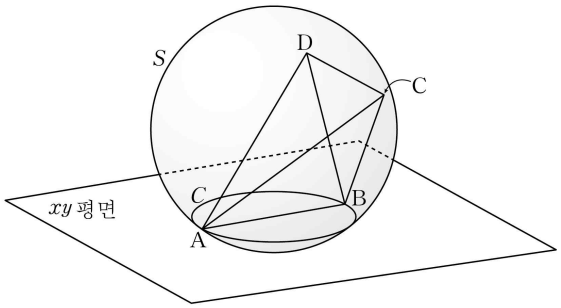
$$|\overrightarrow{AQ}|=1,\ \overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{AQ}=0$$

을 만족시킬 때, $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{PQ}$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이다.) [4점]

30. 좌표공간에 구 $S: x^2+y^2+(z-\sqrt{5})^2=9$가 xy평면과 만나서 생기는 원을 C라 하자. 구 S 위의 네 점 A, B, C, D가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 선분 AB는 원 C의 지름이다.
(나) 직선 AB는 평면 BCD에 수직이다.
(다) $\overline{BC}=\overline{BD}=\sqrt{15}$

삼각형 ABC의 평면 ABD 위로의 정사영의 넓이를 k라 할 때, k^2의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.