

2023학년도 중앙대학교

편입학 시험 수학 문제지[A형]

<2023. 1. 8(일) 12:30 ~ 13:30>

대 학		모집단위	
수험번호		성 명	

◆ 답안 작성시 유의 사항 ◆

- 문제지는 표지를 제외하고 총 30문항 8면으로 인쇄되어 있습니다.
- 문제지 유형을 확인하고 OMR 답안지에 반드시 표기하여야 합니다.
- OMR 답안지의 수험번호 및 답안 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하여야 합니다.



2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[1] (3.5점) 선형변환 $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ 가 $T\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $T\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$, $T\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ 을 만족한다고 하자. T 의 핵(kernel)

에 속하는 점과 점 $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ 사이의 최소 거리는?

- ① $\sqrt{8}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $\sqrt{12}$ ④ $\sqrt{14}$

[2] (4점) 세 부등식 $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$ 에 의해서 정의되는 영역의 넓이는?

- ① $\frac{3\pi}{16}$ ② $\frac{3\pi}{32}$ ③ $\frac{\pi}{8}$ ④ $\frac{5\pi}{64}$

[3] (3.5점) 행렬 $\begin{pmatrix} 0.1 & 0.2 & -0.1 \\ 0.1 & 0 & 0.2 \\ 0.4 & 0.4 & 0.5 \end{pmatrix}$ 의 고윳값 α, β, γ 에 대하여 $\frac{3}{\alpha} + \frac{3}{\beta} + \frac{3}{\gamma}$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6

[4] (3.5점) 곡선 $3y^2 = x^3$ 위의 점과 점 $(0, \sqrt{3})$ 사이의 최소 거리는?

- ① $\sqrt{\frac{7}{3}}$ ② $\sqrt{\frac{5}{3}}$ ③ $\sqrt{\frac{4}{3}}$ ④ $\sqrt{\frac{2}{3}}$

2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[5] (3점) $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 e^{x^3} dx dy$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}(e-1)$ ② $\frac{1}{2}(e+1)$ ③ $\frac{1}{3}(e-1)$ ④ $\frac{1}{3}(e+1)$

[6] (3.5점) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1.5 & 0.5 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n + c_n + d_n)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

[7] (4점) 두 부등식 $x^2 + y^2 \geq 4$, $x^2 + (y - \sqrt{3})^2 \leq 1$ 을 만족하는 점들이 이루는 영역의 넓이는?

- ① $\sqrt{3} - \frac{\pi}{6}$ ② $\sqrt{6} - \frac{\pi}{3}$ ③ $\sqrt{3} - \frac{\pi}{4}$ ④ $\sqrt{6} - \frac{\pi}{4}$

[8] (3.5점) x 축 위의 점 $P(t, 0)$ 과 두 점 $A(0, 2)$, $B(5, 7)$ 을 꼭짓점으로 가지는 삼각형 APB 에서 각 APB 가 가장 커지도록 하는 실수 t 는? (단, $0 \leq t \leq 5$)

- ① $5\sqrt{2} - 7$ ② $7\sqrt{2} - 5$ ③ $2\sqrt{5} - 2$ ④ $2\sqrt{7} - 2$

2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[9] (3점) $(x+3y-5)^2 + (x-y-1)^2 + (x+y)^2$ 의 최솟값은?

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 12

[10] (3.5점) 차수가 2이하인 다항식으로 이루어진 벡터공간 \mathbb{P}_2 에 정의된 선형사상 $T: \mathbb{P}_2 \rightarrow \mathbb{P}_2$ 가 주어져 있다. \mathbb{P}_2 의 순서기저(ordered basis) $B = \{1+t^2, t+t^2, 1+2t+t^2\}$ 에 대한 T 의 행렬표현이 다음과 같고

$$[T]_B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 7 \end{pmatrix}$$

$p(t) = T(1+t+t^2)$ 라 할 때, $p(-1)$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

[11] (3.5점) 모든 성분이 실수인 $m \times n$ 행렬 A 에 대하여 A 의 영공간(null space)과 A^T 의 영공간은 그 차원이 각각 7, 2이고 $A^T A$ 는 차원이 k 인 영공간을 갖는다고 하자. $m - n + k$ 의 값은? (여기서, A^T 는 A 의 전치행렬이다.)

- ① -5 ② -2 ③ 2 ④ 5

[12] (3점) 미분가능한 두 함수 f, g 가 $f'(x) = 1 + [f(x)]^2$ 과 $f(g(x)) = x$ 를 만족할 때, $g'(2)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$

2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[13] (2.5점) 곡선 $y = x^{\sin x}$ 위의 점 $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서의 접선의 기울기는?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

[14] (3점) 곡면 $x^4 + y^4 + z^4 - 3x^2y^2z^2 = 0$ 위의 점 $(1, 1, \sqrt{2})$ 에서의 접평면은 z 축과 점 $(0, 0, a)$ 에서 만난다. a 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-\sqrt{2}$

③ $\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{2}$

[15] (2.5점) 극한 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh x - x}{x^3}$ 의 값은?

① $\frac{1}{12}$

② $\frac{1}{6}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{3}$

[16] (3.5점) 점 $(1, 4)$ 와 곡선 $y^2 = 2x$ 위의 점 (x, y) 사이의 거리의 최솟값은?

① $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

② $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

③ $\sqrt{5}$

④ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[17] (4점) 곡선 $y = \frac{2}{x^3 - x^2 - x + 1}$ 와 세 직선 $y=0, x=0, x=\frac{1}{2}$ 로 둘러싸인 영역을 y 축을 중심으로 회전하여 얻은 회전체의 부피는?

- ① $\pi(2 - \ln 2)$ ② $\pi(2 - \ln 3)$ ③ $\pi(3 - \ln 2)$ ④ $\pi(3 - \ln 3)$

[18] (3점) 타원 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ 에 내접하는 직사각형의 넓이의 최댓값은?

- ① $\frac{15}{4}$ ② 4 ③ $\frac{17}{4}$ ④ $\frac{9}{2}$

[19] (4점) $\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + \sin x - \cos x} dx$ 의 값은?

- ① $\ln \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ ② $\ln \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ ③ $\ln \frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ ④ $\ln \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[20] (3점) 다음 <보기>의 급수 중에서 수렴하는 것의 개수는?

<보기>

(가) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}$

(나) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+3}{3n+2}\right)^n$

(다) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sqrt{n} \ln(1+n)}{n+1}$

(라) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{1}{n}\right)$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

[21] (3점) 함수 $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ 에 대하여 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

- ① $\ln \frac{3}{2}$ ② $\ln 2$ ③ $\ln \frac{5}{2}$ ④ $\ln 3$

[22] (3.5점) 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족한다.

(i) 모든 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) = f(x) + f(y) + x^2y + xy^2$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$

이때 $f(3)$ 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16

[23] (3.5점) 영역 $x^2 + y^2 \leq 4$ 에서 함수 $f(x,y) = e^{-x^2-y^2}(x^2+2y^2)$ 의 최댓값은?

- ① $\frac{2}{e}$ ② $\frac{4}{e^2}$ ③ $\frac{6}{e^3}$ ④ $\frac{8}{e^4}$

2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[24] (3.5점) $\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3+1} dy dx$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{3} \ln 2$ ② $\frac{1}{3} \ln 3$ ③ $\frac{2}{3} \ln 2$ ④ $\frac{2}{3} \ln 3$

[25] (3.5점) $0 \leq t \leq 1$ 에서 정의된 곡선 C 는 $r(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t)$ 로 주어지고 $t=0$ 에서 출발하여 $t=1$ 에서 끝난다. 벡터장 $F(x, y) = \frac{(-y, x)}{x^2+y^2}$ 에 대하여 선적분 $\int_C F \cdot dr$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$

[26] (4점) 구면 $S: x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 에 대하여 $\iint_S \frac{dS}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-1)^2}}$ 의 값은?

- ① $8\pi - 1$ ② 8π ③ $8\pi + 1$ ④ $8\pi + 2$

[27] (3.5점) 세 평면 $z=0, y=0, y=2$ 와 곡면 $z=1-x^2$ 으로 둘러싸인 영역 R 의 경계를 S 라 하자. 이때 벡터장 $F(x, y, z) = (x + \sin y, 2y + \cos x, 3z)$ 에 대하여 $\iint_S F \cdot dS$ 의 값은?

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16

2023학년도 중앙대학교 편입학 시험 수학 문제지[A형]

[28] (3.5점) $B: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ 에 대하여 $\iiint_B e^{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} dV$ 의 값은?

- ① $\frac{4}{3}\pi(e-1)$ ② $\frac{5}{3}\pi(e-1)$ ③ $\frac{4}{3}\pi(e+1)$ ④ $\frac{5}{3}\pi(e+1)$

[29] (2.5점) $f(x, y) = xe^{x^2+y^2} \sin(y^2)$ 에 대하여 $\nabla f(1, 1) = (a, b)$ 라 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, $\nabla f(1, 1)$ 는 $(1, 1)$ 에서 f 의 기울기 벡터이다.)

- ① $\frac{2}{3}(1+\tan(1))$ ② $\frac{2}{3}(2+\tan(1))$ ③ $\frac{2}{3}(1+\cot(1))$ ④ $\frac{2}{3}(2+\cot(1))$

[30] (2.5점) 행렬 $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 의 행렬식은?

- ① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30