

수학  
A

한양대학교 ERICA 2020학년도  
편입학 필기고사



|    |  |          |  |       |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|--|----------|--|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 성명 |  | 지원 학부·학과 |  | 수험 번호 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|--|----------|--|-------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

- 문제지를 받은 후 감독관의 지시에 따라 문제지 유형 및 인쇄 이상 유무를 확인하신 후 페이지를 덮어 주십시오.
- 전체 시험시간은 70분입니다.

유의사항

- 본 고사는 총 26문항(유형선택 1문항 포함)입니다.  
※답안지 1번에는 문제 유형을 표시하십시오.
- 답안지와 문제지에 성명, 지원 학부·학과, 수험 번호를 정확히 기입하십시오.
- 답안 표기는 컴퓨터용 사인펜을 사용하십시오.
- 답안지에 정답 외에는 어떠한 표시도 하지 마십시오.
- 고사 종료 후 문제지와 답안지는 모두 제출하십시오.
- 각 문항별 차등 배점을 적용합니다.
- 오답에 대한 감점은 없습니다.
- 연습지는 별도로 제공되지 않으며, 개인연습지도 사용할 수 없습니다.

※ 감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마십시오.

이 면은 여백입니다.

1. 문제지 상단의 문제 유형을 표시하십시오.

- ① A형                      ② B형

2.  $y$ 가 다음 방정식으로 정의된  $x$ 의 음함수일 때,  $\frac{dy}{dx}$ 는?  
(단,  $|x| > |y|$ ) [3점]

$$\ln(x^2 - y^2) = \tanh^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

- ①  $-\frac{x+2y}{2x+y}$                       ②  $\frac{x+2y}{2x+y}$   
 ③  $-\frac{2x+y}{x+2y}$                       ④  $\frac{2x+y}{x+2y}$

3. 극한  $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin^{-1} 3x)^{\frac{1}{\ln x}}$ 의 값은? [4점]

- ① 1                                      ②  $e^{\frac{1}{3}}$   
 ③  $e$                                       ④  $e^3$

4. 극좌표에서 두 곡선  $r_1 = \frac{1}{3} \sec \theta$ 와  $r_2 = \frac{1}{2} \left(\sec \frac{\theta}{2}\right)^2$ 의  
교각은? (단,  $0 \leq \theta < \pi/2$ ) [4점]

- ①  $\frac{\pi}{6}$                       ②  $\frac{\pi}{4}$                       ③  $\frac{\pi}{3}$                       ④  $\frac{3\pi}{4}$

5. 곡선  $y = \sin^{-1}x$  위의 점  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\pi}{3}\right)$ 에서 곡률은? [4점]

①  $\frac{\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$

②  $\frac{2\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$

③  $\frac{3\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$

④  $\frac{4\sqrt{3}}{5\sqrt{5}}$

6. 부정적분  $I = \int (\sin^{-1}x)^2 dx$ 에 대하여

$$I = x(\sin^{-1}x)^2 - 2J + C$$

일 때,  $J$ 는? (단,  $C$ 는 적분상수) [4점]

①  $-\sqrt{1-x^2} \sin^{-1}x - x$

②  $-\sqrt{1-x^2} \sin^{-1}x + x$

③  $\sqrt{1-x^2} \sin^{-1}x - x$

④  $\sqrt{1-x^2} \sin^{-1}x + x$

7.  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ 를 이용하여  $\int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x} dx$ 의 값을 구한 것은? [5점]

①  $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$

②  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

③  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

④  $\sqrt{\pi}$

8. 다음 멱급수의 수렴구간은? [3점]

$$\frac{x-2}{2} + \frac{(x-2)^2}{2^2 \cdot 2} + \frac{(x-2)^3}{2^3 \cdot 3} + \dots$$

①  $1 \leq x < 3$

②  $1 \leq x \leq 3$

③  $0 \leq x < 4$

④  $0 \leq x \leq 4$

9. 2변수 함수  $f(x,y) = e^x \tan^{-1}(1+y)$ 의 테일러급수에서  $x, y$ 에 관한 2차 항의 계수의 합은? [4점]

- ①  $\frac{1}{4} \left( \frac{\pi}{2} + 1 \right)$                       ②  $\frac{1}{3} \left( \frac{\pi}{2} + 1 \right)$
- ③  $\frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} + 1 \right)$                       ④  $\frac{\pi}{2} + 1$

10. 점  $(a, b)$ 에서 함수  $f(x,y) = x^2 + xy - y^2 + x - y$ 가 가장 빠르게 변하는 방향이 벡터  $\mathbf{u} = (1, 1)^T$ 일 때,  $a$ 와  $b$ 의 관계식은? [4점]

- ①  $-3a + b + 2 = 0$                       ②  $-a + 2b + 2 = 0$
- ③  $a + 2b + 2 = 0$                       ④  $a + 3b + 2 = 0$

11. 다음 중 함수  $f(x,y) = x^4 - 2x^2 + y^3 - 3y$ 의 안장점은? [4점]

- ①  $(0, -1, 2)$                               ②  $(-1, 1, -3)$
- ③  $(1, 1, -3)$                               ④  $(1, -1, 1)$

12.  $xy$ -평면에서 다음 조건을 만족하는 영역의 넓이는? [5점]

$$x, y \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq 1, \quad \tan\left(\frac{x^2 + y^2}{4}\right) \leq \frac{y}{x} \leq 1$$

- ①  $\frac{1}{8} \left( \pi - \frac{1}{2} \right)$                               ②  $\frac{1}{8} \left( \pi - \frac{1}{4} \right)$
- ③  $\frac{1}{8} \left( \pi - \frac{1}{6} \right)$                               ④  $\frac{1}{8} \left( \pi - \frac{1}{8} \right)$

13. 제 1 팔분공간에 있는 구면  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 의 어떤 부분을  $S$ 라 하자.  $S$ 의  $xy$ -평면위의 정사영이 극방정식  $r^2 = \cos 2\theta$ 의 내부일 때,  $S$ 의 곡면적은? [5점]

- ①  $\frac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}$                       ②  $\frac{\pi}{4} - 1 + \sqrt{2}$   
 ③  $\frac{\pi}{2} + 1 - \sqrt{2}$                       ④  $\frac{\pi}{2} - 1 + \sqrt{2}$

14. 세 점  $(1, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(2, 2)$ 로 이루어진 삼각형을 행렬  $A$ 로 변환하였을 때, 변환된 도형의 넓이는? [3점]

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- ① 2                      ② 4                      ③ 6                      ④ 8

15. 다음 중 행렬  $A$ 의 고유공간의 기저가 아닌 것은? [4점]

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- ①  $\left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$     ②  $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix} \right\}$     ③  $\left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ -3 \end{bmatrix} \right\}$     ④  $\left\{ \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$

16.  $V$ 는  $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$ 를 기저로 하는  $\mathbb{R}^3$ 의 부분공간이다. 다음의 벡터  $\mathbf{a}$ 와  $V$ 의 유클리디안 거리는? [5점]

$$\mathbf{b}_1 = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 11 \end{bmatrix}$$

- ①  $\sqrt{15}$                       ②  $2\sqrt{15}$                       ③  $\sqrt{21}$                       ④  $2\sqrt{21}$

17.  $\mathbb{R}^2$ 상의 벡터  $v = (\cos\theta, \sin\theta)^T$ 를 임의의  $\theta$ 에 대해서 벡터  $(0, 1)^T$ 로 변환하는 2차 정방행렬은? [4점]

- ①  $\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$
- ②  $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$
- ③  $\begin{bmatrix} \cos(\theta-\pi/2) & \sin(\theta-\pi/2) \\ -\sin(\theta-\pi/2) & \cos(\theta-\pi/2) \end{bmatrix}$
- ④  $\begin{bmatrix} \cos(\theta-\pi/2) & -\sin(\theta-\pi/2) \\ \sin(\theta-\pi/2) & \cos(\theta-\pi/2) \end{bmatrix}$

18. 행렬  $A$ 의 행렬계수(rank)가 3이 되는  $a, b, c, d$ 는? [4점]

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -5 & 8 & 0 & -17 \\ 0 & 1 & -2 & 2 & -7 \\ 0 & 7 & a & 14 & b \\ 0 & c & -18 & d & -63 \end{bmatrix}$$

- ①  $a = -14, b = -49, c = 9, d = 18$
- ②  $a = -18, b = -63, c = 1, d = 3$
- ③  $a = -14, b = -49, c = 7, d = 14$
- ④  $a = -18, b = -63, c = 2, d = 6$

19. 벡터  $v_1, v_2, v_3, v_4$ 에 의해 생성되는  $\mathbb{R}^3$ 의 부분공간에 속하는 벡터는? [4점]

$$v_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}, v_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, v_3 = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}, v_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- ①  $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$
- ②  $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix}$
- ③  $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{bmatrix}$
- ④  $\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{bmatrix}$

20.  $B = \{1, t, t^2, t^3\}$ 은 다항식 벡터공간  $\mathbb{P}_3$ 의 기저이고,  $B$ 에 관하여  $p = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$ 의 좌표벡터는 다음과 같다.

$$[p]_B = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$$

선형변환  $D$ 를  $\mathbb{P}_3$ 의 미분연산자라 할 때, 기저  $B$ 에 관하여  $D$ 를 표현한 행렬  $[D]_B$ 는? [3점]

- ①  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- ②  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
- ③  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$
- ④  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

21. 다음 미분방정식의 해는? [3점]

$$e^x \frac{dy}{dx} + x(1+y^2) = 0, \quad y(-1) = 0$$

- ①  $y(x) = \tan((x+1)e^{-x})$   
 ②  $y(x) = \tan(2(x+1)e^{-x})$   
 ③  $y(x) = \tan(3(x+1)e^{-x})$   
 ④  $y(x) = \tan(4(x+1)e^{-x})$

22. 다음 초깃값 문제의 해는? [4점]

$$ye^x dx + (e^x - \sin y) dy = 0, \quad y(0) = 0$$

- ①  $\sin y + ye^x = 0$                       ②  $\cos y + ye^x = 1$   
 ③  $\sin y + ye^{-x} = 0$                     ④  $\cos y + ye^{-x} = 1$

23. 미분방정식  $x^2 y'' + \frac{1}{4}y = 0$ 의 일반해는? (단,  $x \neq 0$ )  
 [3점]

- ①  $y = \frac{c_1}{\sqrt{x}} + c_2 x^2$                       ②  $y = \frac{c_1}{x} + c_2 x^2$   
 ③  $y = \sqrt{x}(c_1 + c_2 \ln x)$               ④  $y = x(c_1 + c_2 \ln x)$

24.  $\int x \tan x \sec^2 x dx = \frac{1}{2}(x \tan^2 x - \tan x + x)$ 를 이용한  
 다음 미분방정식의 특수해는? [5점]

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + y = e^x \tan x \sec^2 x$$

- ①  $\frac{e^x}{2} \left( \tan \frac{x}{2} - \frac{x}{2} \right)$                       ②  $\frac{e^x}{2} (\tan x - x)$   
 ③  $\frac{e^{2x}}{2} \left( \tan \frac{x}{2} - \frac{x}{2} \right)$                     ④  $\frac{e^{2x}}{2} (\tan x - x)$

25. 다음 미분방정식의 해를  $y = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ 으로 표현할 때,  
계수  $a_n$  사이의 관계식은? (단,  $x \neq \pm 1$ ) [5점]

$$(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - 2x\frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

- ①  $a_n = \frac{(n+1)(n+2)}{n(n-1)} a_{n-2}, \quad n \geq 2$
- ②  $a_n = \frac{(n-2)(n+1)}{n(n-1)} a_{n-2}, \quad n \geq 2$
- ③  $a_n = \frac{(n-3)(n+1)}{n(n-1)} a_{n-2}, \quad n \geq 2$
- ④  $a_n = \frac{(n-4)(n+1)}{n(n-1)} a_{n-2}, \quad n \geq 2$

26. 다음 함수의 라플라스 역변환  $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$ 는? [4점]

$$F(s) = \frac{1}{s^3 + s^2 + s + 1}$$

- ①  $\frac{e^{-t} - \sin t + \cos t}{2}$       ②  $\frac{e^{-t} + \sin t - \cos t}{2}$
- ③  $e^{-t} - \sin t + \cos t$       ④  $e^{-t} + \sin t - \cos t$

이 면은 여백입니다.