• 2교시 수학 영역 •

1	⑤	**2**	①	**3**	④	**4**	②	**5**	③
6	①	**7**	③	**8**	⑤	**9**	②	**10**	①
11	①	**12**	④	**13**	④	**14**	④	**15**	③
16	⑤	**17**	①	**18**	②	**19**	③	**20**	①
21	⑤	**22**	25	**23**	4	**24**	5	**25**	9
26	15	**27**	16	**28**	148	**29**	26	**30**	6

1. [출제의도] 다항식 계산하기

$A-B=(2x^2+3y^2-2)-(x^2-y^2)=x^2+4y^2-2$

2. [출제의도] 집합의 포함 관계 이해하기

$4\in A$, $A\subset B$이므로 $4\in B$

따라서 $a=4$

3. [출제의도] 이차방정식의 근과 계수의 관계 이해하기

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=5$

따라서 $\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\beta}=\dfrac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}=\dfrac{2}{5}$

4. [출제의도] 연립부등식 계산하기

$\begin{cases} 3x\ge 2x+3 & \cdots ㉠ \\ x-10\le -x & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x\ge 3$이고 ㉡에서 $x\le 5$이므로

$3\le x\le 5$

따라서 연립부등식을 만족시키는

모든 정수 x의 값의 합은 $3+4+5=12$

5. [출제의도] 평행이동 이해하기

원 $(x-a)^2+(y+4)^2=16$의 중심의 좌표는 $(a,\ -4)$

원 $(x-8)^2+(y-b)^2=16$의 중심의 좌표는 $(8,b)$

점 $(a,\ -4)$를 x축의 방향으로 2만큼,

y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 점의 좌표가

$(a+2,1)$이므로 $(a+2,1)=(8,b)$에서

$a=6$, $b=1$

따라서 $a+b=7$

6. [출제의도] 합성함수 이해하기

$$\begin{aligned}((f\circ g)\circ g)(a)&=(f\circ(g\circ g))(a)\\&=f((g\circ g)(a))\\&=f(3a-1)\\&=2(3a-1)+1\\&=6a-1\end{aligned}$$

$6a-1=a$이므로 $a=\dfrac{1}{5}$

7. [출제의도] 선분의 내분점과 외분점 이해하기

선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점을 P,

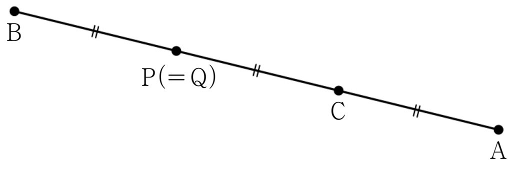
선분 AC를 $2:1$로 외분하는 점을 Q라 하자.

점 C는 선분 AQ의 중점이고

두 점 P, Q의 좌표가 서로 같으므로

$\overline{AC}=\overline{CP}=\overline{PB}$

그러므로 점 C는 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점이다.



$a=\dfrac{1\times(-1)+2\times5}{1+2}=3$, $b=\dfrac{1\times4+2\times1}{1+2}=2$

따라서 $a+b=5$

8. [출제의도] 복소수의 뜻과 연산 이해하기

복소수 z의 실수부분이 1이므로

$z=1+ai$(a는 실수)라 하자.

$$\begin{aligned}\frac{z}{2+i}+\frac{\overline{z}}{2-i}&=\frac{1+ai}{2+i}+\frac{1-ai}{2-i}\\&=\frac{(1+ai)(2-i)+(1-ai)(2+i)}{(2+i)(2-i)}\\&=\frac{2a+4}{5}=2\end{aligned}$$

에서 $a=3$

따라서 $z\overline{z}=(1+3i)(1-3i)=1^2+3^2=10$

9. [출제의도] 두 점 사이의 거리 이해하기

점 P는 직선 $y=-x$ 위의 점이므로

점 P의 좌표를 $(a,-a)$라 하자.

$\overline{AP}=\overline{BP}$에서 $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$이므로

$(a-2)^2+(-a-4)^2=(a-5)^2+(-a-1)^2$

$2a^2+4a+20=2a^2-8a+26$

$12a=6$에서 $a=\dfrac{1}{2}$

따라서 점 P의 좌표는 $\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$이므로

$\overline{OP}=\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

10. [출제의도] 인수분해 이해하기

$x^2+4=t$라 하면

$$\begin{aligned}t^2-3xt-4x^2&=(t-4x)(t+x)\\&=(x^2-4x+4)(x^2+x+4)\\&=(x-2)^2(x^2+x+4)\end{aligned}$$

에서 $a=-2$, $b=1$, $c=4$

따라서 $a+b+c=3$

11. [출제의도] 연립부등식 이해하기

$\begin{cases} |x-5|<1 & \cdots ㉠ \\ x^2-4ax+3a^2>0 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $-1<x-5<1$, $4<x<6$

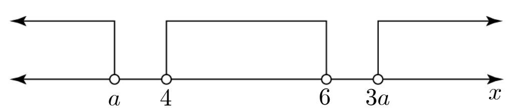
㉡에서 $(x-a)(x-3a)>0$

a가 자연수이므로 $x<a$ 또는 $x>3a$

연립부등식이 해를 갖지 않으려면

$a\le 4$, $3a\ge 6$이어야 하므로 $2\le a\le 4$

따라서 자연수 a의 개수는 3



12. [출제의도] 대칭이동을 활용하여 문제해결하기

점 A를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을

A′이라 하면 점 A′의 좌표는 $(0,1)$이다.

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}\ge\overline{A'B}$에서

점 P_0은 선분 A′B 위에 있다.

직선 AP_0을 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한

직선 $A'P_0$은 직선 A′B와 같다.

직선 $A'P_0$의 방정식은 $y=\dfrac{2}{3}x+1$

점 $(9,a)$가 직선 $y=\dfrac{2}{3}x+1$ 위에 있으므로

$a=\dfrac{2}{3}\times9+1=7$

13. [출제의도] 필요조건을 이용하여 추론하기

$(x+1)(x+2)(x-3)=0$에서

$x=-2$ 또는 $x=-1$ 또는 $x=3$이고,

$x^2+kx+k-1=(x+1)(x+k-1)=0$에서

$x=-1$ 또는 $x=-k+1$이므로

실수 x에 대한 두 조건 p, q의 진리집합을

각각 P, Q라 하면

$P=\{-2,\ -1,3\}$, $Q=\{-1,\ -k+1\}$

p가 q이기 위한 필요조건이 되려면 $Q\subset P$

$-k+1\in Q$에서 $-k+1\in P$이므로

$-k+1=-2$이면 $k=3$,

$-k+1=-1$이면 $k=2$,

$-k+1=3$이면 $k=-2$

따라서 모든 정수 k의 값의 곱은

$3\times2\times(-2)=-12$

14. [출제의도] 원의 방정식을 활용하여 문제해결하기

$x^2+y^2-2x-ay-b=0$에서

$(x-1)^2+\left(y-\dfrac{a}{2}\right)^2=\dfrac{a^2}{4}+b+1$이므로

원 C의 중심의 좌표는 $\left(1,\ \dfrac{a}{2}\right)$,

반지름의 길이는 $\sqrt{\dfrac{a^2}{4}+b+1}$

원 C의 중심이 직선 $y=2x-1$ 위에 있으므로

$\dfrac{a}{2}=2\times1-1$에서 $a=2$,

원 C의 반지름의 길이는 $\sqrt{b+2}$

삼각형 ABP의 밑변을 선분 AB라 하면

선분 AB는 원 C의 지름이므로 삼각형 ABP의

높이의 최댓값은 원 C의 반지름의 길이와 같다.

그러므로 삼각형 ABP의 넓이의 최댓값은

$\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{b+2}\times\sqrt{b+2}=4$

$b+2=4$, $b=2$

따라서 $a+b=4$

15. [출제의도] 역함수를 이용하여 추론하기

$f(-2)=k$라 하면

함수 $f(x)$가 역함수를 가지므로 $f^{-1}(k)=-2$

모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f^{-1}(x)$이므로

$f(k)=-2$

$-2x^2+1=-2$에서 $x^2=\dfrac{3}{2}$

$f(x^2+1)=-2x^2+1$에 $x^2=\dfrac{3}{2}$을 대입하면

$f\left(\dfrac{5}{2}\right)=-2$

함수 $f(x)$가 역함수를 가지므로 일대일대응이다.

따라서 $k=\dfrac{5}{2}$

<참고>

$f(x)=\begin{cases} -\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2} & (x<1) \\ -2x+3 & (x\ge1) \end{cases}$

16. [출제의도] 유리함수의 그래프를 활용하여 문제해결하기

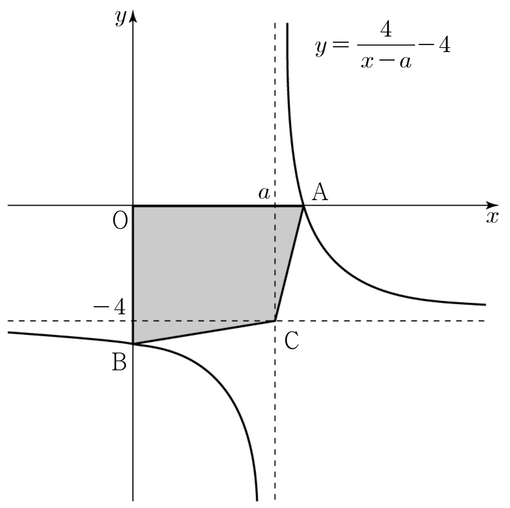
유리함수 $y=\dfrac{4}{x-a}-4\ (a>1)$의 그래프의

두 점근선은 $x=a$, $y=-4$이고

$A(a+1,0)$, $B\left(0,\ -\dfrac{4}{a}-4\right)$, $C(a,\ -4)$이다.

유리함수 $y=f(x)$의 그래프와 사각형 OBCA는

그림과 같다.



사각형 OBCA의 넓이를 S라 하면
S는 삼각형 OCA의 넓이와 삼각형 OBC의 넓이의 합과 같다.
점 C에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하면

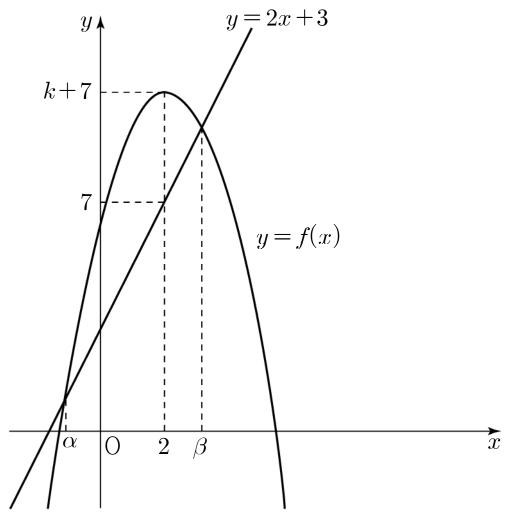
$S=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OA}}\times\overline{\mathrm{CD}}+\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OB}}\times\overline{\mathrm{CE}}$

$=\frac{1}{2}\times(a+1)\times4+\frac{1}{2}\times\left(\frac{4}{a}+4\right)\times a=4a+4$

$4a+4=24$에서 $a=5$

17. [출제의도] 이차함수의 최대와 최소를 이용하여 추론하기

이차함수 $f(x)=-(x-2)^2+k+7$의 그래프의
꼭짓점의 좌표는 $(2,\ k+7)$이고
직선 $y=2x+3$은 점 $(2,\ 7)$을 지난다.
$f(2)=k+7>7$이므로 함수 $y=f(x)$의 그래프와
직선 $y=2x+3$은 그림과 같다.



$\alpha<2<\beta$이므로 $\alpha\le x\le\beta$에서 함수 $f(x)$의
최댓값은 $f(2)$, 최솟값은 $f(\alpha)$
$f(2)=k+7=10$에서 $k=3$
$-x^2+4x+6=2x+3$에서 $(x+1)(x-3)=0$이므로
$\alpha=-1,\ \beta=3$
따라서 $-1\le x\le3$에서 함수 $f(x)$의 최솟값은
$f(-1)=-(-1)^2+4\times(-1)+6=1$

18. [출제의도] 항등식을 활용하여 문제해결하기

다항식 $f(x)+g(x)$를 x로 나누었을 때의
나머지 $x^2+2x-\frac{1}{2}f(x)$는 상수이므로

$x^2+2x-\frac{1}{2}f(x)=R$(R은 상수)

$f(x)=2x^2+4x-2R$
다항식 $f(x)+g(x)$는
최고차항의 계수가 1인 삼차다항식이고
다항식 $f(x)+g(x)$를 x^2+2x-2로 나누었을 때의
나머지도 R이므로
$f(x)+g(x)=x\left(x^2+2x-2\right)+R$
$g(x)=x^3-6x+3R$
$g(1)=7$에서 $R=4$
따라서 $f(3)=18+12-8=22$

19. [출제의도] 무리함수를 이용하여 추론하기

점 P의 y좌표를 $a\,(a\ge0)$이라 하면
$\sqrt{x-2}=a$에서 $x=a^2+2$
점 P의 좌표는 $\left(\boxed{a^2+2},\ a\right)$이다.
두 곡선 $y=f(x)$와 $y=f^{-1}(x)$는 직선 $y=x$에
대하여 서로 대칭이고 두 직선 l과 $y=x$는
서로 수직이므로 두 점 P와 Q는 직선 $y=x$에
대하여 서로 대칭이다.
그러므로 삼각형 OPQ의 외접원의 중심을 C라 하면
점 C는 직선 $y=x$ 위에 있다.
점 C의 좌표를 $(k,\ k)\,(k>0)$이라 하면
삼각형 OPQ의 외접원의 반지름의 길이는
$\overline{\mathrm{CO}}=\sqrt{2}\,k$이고
삼각형 OPQ의 외접원의 넓이는 $2k^2\pi$이다.
삼각형 OPQ의 외접원의 넓이가 $\frac{25}{2}\pi$일 때,

$2k^2\pi=\frac{25}{2}\pi$에서 $k=\frac{5}{2}$이므로

점 C의 좌표는 $\left(\boxed{\frac{5}{2}},\ \boxed{\frac{5}{2}}\right)$이고,

$\overline{\mathrm{CP}}=\overline{\mathrm{CO}}$에서 $\overline{\mathrm{CP}}^2=\overline{\mathrm{CO}}^2$이므로

$\left\{\left(a^2+2\right)-\frac{5}{2}\right\}^2+\left(a-\frac{5}{2}\right)^2=\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2$

$a^4-5a-6=0$에서
$(a+1)(a-2)\left(a^2+a+3\right)=0$
$a\ge0$이므로 $a=\boxed{2}$
따라서 점 P의 y좌표는 $\boxed{2}$이다.

$g(a)=a^2+2,\ m=\frac{5}{2},\ n=2$이므로

$m+g(n)=\frac{5}{2}+6=\frac{17}{2}$

20. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를 활용하여 문제해결하기

$\angle\mathrm{APB}=90^\circ$인 점 P는 두 점 A$(1,\ 4)$, B$(5,\ 4)$를
지름의 양 끝점으로 하는 원 C 위의 점이다.
점 P는 중심의 좌표가 $(3,\ 4)$, 반지름의 길이가 2인
원 C 위의 점이면서 선분 CD 위의 점이므로

직선 $l:y=-\frac{1}{2}x+t$와 원 C가 서로 만날 때

선분 CD 위에 $\angle\mathrm{APB}=90^\circ$인 점 P가 존재한다.
점 $(3,\ 4)$와 직선 $l:x+2y-2t=0$ 사이의 거리는

$\frac{|3+2\times4-2t|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{|11-2t|}{\sqrt{5}}$

이므로 직선 l과 원 C가 서로 만나려면

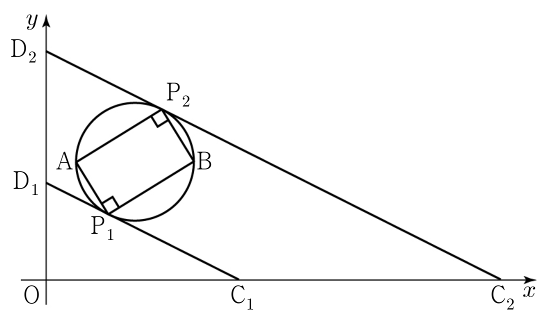
$\frac{|2t-11|}{\sqrt{5}}\le2,\ |2t-11|\le2\sqrt{5}$

$-2\sqrt{5}\le2t-11\le2\sqrt{5}$

$\frac{11-2\sqrt{5}}{2}\le t\le\frac{11+2\sqrt{5}}{2}$

따라서 $M=\frac{11+2\sqrt{5}}{2},\ m=\frac{11-2\sqrt{5}}{2}$이므로

$M-m=2\sqrt{5}$



21. [출제의도] 집합의 연산을 이용하여 추론하기

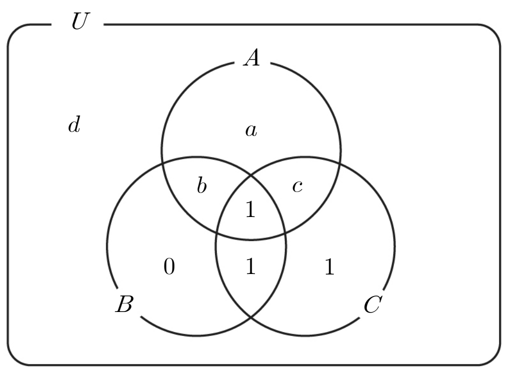
ㄱ. $n(A\cap B\cap C)=0$이면
$n(B\cap C)=2$에서 $n\left(A^C\cap B\cap C\right)=2$
$n(B-A)\ge n\left(A^C\cap B\cap C\right)=2$이므로
$n(B-A)=1$을 만족시키지 않는다.
그러므로 $n(A\cap B\cap C)\ne0$ (참)

ㄴ. $n(A\cap B\cap C)=2$이면
$n(B\cap C)=n(A\cap B\cap C)+n\left(A^C\cap B\cap C\right)=2$
이므로 $n\left(A^C\cap B\cap C\right)=0$
$n(B-A)=n\left(A^C\cap B\cap C\right)+n\left(A^C\cap B\cap C^C\right)=1$
이므로 $n\left(A^C\cap B\cap C^C\right)=1$
$n(C-A)=n\left(A^C\cap B\cap C\right)+n\left(A^C\cap B^C\cap C\right)=2$
이므로 $n\left(A^C\cap B^C\cap C\right)=2$
$n(A\cap B\cap C)+n\left(A^C\cap B\cap C^C\right)$
$\quad+n\left(A^C\cap B^C\cap C\right)=5=n(U)$
그러므로
$n(C)=n(A\cap B\cap C)$
$\quad+n\left(A^C\cap B^C\cap C\right)=4$ (참)

ㄷ. $n(B\cap C)=2$이므로 ㄱ에 의하여
$n(A\cap B\cap C)=1$ 또는 $n(A\cap B\cap C)=2$

(ⅰ) $n(A\cap B\cap C)=2$일 때
ㄴ에 의하여
$n(A)=n(A\cap B\cap C)=2$
$n(B)=n(A\cap B\cap C)+n\left(A^C\cap B\cap C^C\right)=3$
$n(A)\times n(B)\times n(C)=2\times3\times4=24$

(ⅱ) $n(A\cap B\cap C)=1$일 때
$n(B\cap C)=2$에서 $n\left(A^C\cap B\cap C\right)=1$
$n(B-A)=1$에서 $n\left(A^C\cap B\cap C^C\right)=0$
$n(C-A)=2$에서 $n\left(A^C\cap B^C\cap C\right)=1$
각 집합의 원소의 개수를 표현하면
그림과 같다.



$n(A)=a+b+c+1$,
$n(B)=b+2$,
$n(C)=c+3$
이고 $a+b+c+d=2$이다.
$n(A)\times n(B)\times n(C)$의 값이
최소가 되기 위해서는 $a=b=c=0,\ d=2$
이때 $n(A)\times n(B)\times n(C)=1\times2\times3=6$
$n(A)\times n(B)\times n(C)$의 값이
최대가 되기 위해서는 $a=d=0,\ b+c=2$
(a) $b=2,\ c=0$일 때
$n(A)\times n(B)\times n(C)=3\times4\times3=36$

(b) $b=1$, $c=1$일 때
$n(A)\times n(B)\times n(C)=3\times3\times4=36$
(c) $b=0$, $c=2$일 때
$n(A)\times n(B)\times n(C)=3\times2\times5=30$
(i), (ii)에 의하여 $n(A)\times n(B)\times n(C)$의
최댓값은 36, 최솟값은 6
그러므로 $n(A)\times n(B)\times n(C)$의
최댓값과 최솟값의 합은 42 (참)
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

22. [출제의도] 이차방정식의 판별식 이해하기

이차방정식 $x^2+10x+a=0$의 판별식을 D라 하자.
이차방정식 $x^2+10x+a=0$이 중근을 가지므로
$D=10^2-4a=0$에서 $a=25$

23. [출제의도] 나머지정리 이해하기

$f(x)=x^3+ax^2-7$이라 하면 나머지정리에 의하여
$f(2)=8+4a-7=17$
따라서 $a=4$

24. [출제의도] 연립이차방정식 이해하기

$\begin{cases} x-y=3 & \cdots ㉠ \\ x^2-3xy+2y^2=6 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉡에서 $(x-y)(x-2y)=6$
$x-y=3$이므로 $x-2y=2 \cdots$ ㉢
㉠, ㉢에서 $x=4$, $y=1$
따라서 $\alpha+\beta=5$

25. [출제의도] '모든', '어떤'을 포함한 명제 이해하기

모든 실수 x에 대하여 $x^2+2kx+4k+5>0$이므로
이차방정식 $x^2+2kx+4k+5=0$의
판별식을 D라 하면 $D=(2k)^2-4(4k+5)<0$
$4k^2-16k-20=4(k+1)(k-5)<0$
$-1<k<5$
어떤 실수 x에 대하여 $x^2=k-2$이므로
$k-2\ge0$에서 $k\ge2$
정수 k에 대한 두 조건 p, q의 진리집합을
각각 P, Q라 하자.
$P=\{0,1,2,3,4\}$, $Q=\{2,3,4,\cdots\}$
$P\cap Q=\{2,3,4\}$이므로 두 조건 p, q가 모두 참인
명제가 되도록 하는 정수 k의 값은 2, 3, 4이다.
따라서 모든 정수 k의 값의 합은 9

26. [출제의도] 두 직선의 위치 관계를 활용하여 문제 해결하기

점 (a,a)를 지나고 기울기가 m인 직선의 방정식은
$y-a=m(x-a)$, $y=mx-am+a$
직선 $y=mx-am+a$가
곡선 $y=x^2-4x+10$에 접하므로
$x^2-4x+10=mx-am+a$에서
이차방정식 $x^2-(m+4)x+am-a+10=0$의
판별식을 D라 하면
$D=(m+4)^2-4(am-a+10)$
$\quad=m^2+(8-4a)m+4a-24=0$
이차방정식 $m^2+(8-4a)m+4a-24=0$은
서로 다른 두 실근을 가지므로
두 근을 m_1, m_2라 하면
두 접선의 기울기는 각각 m_1, m_2이다.
두 접선이 서로 수직이므로 $m_1m_2=-1$
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$m_1+m_2=4a-8$, $m_1m_2=4a-24$
$4a-24=-1$에서 $4a=23$이므로
$m_1+m_2=4a-8=15$
따라서 두 접선의 기울기의 합은 15

27. [출제의도] 삼차방정식을 이용하여 추론하기

삼차방정식 $x^3-3x^2+4x-2=0$에서
$(x-1)(x^2-2x+2)=0$
$\omega\ne1$이므로
이차방정식 $x^2-2x+2=0$의 두 허근이 ω, $\overline{\omega}$이다.
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$\omega+\overline{\omega}=2$, $\omega\overline{\omega}=2$에서 $\omega\overline{\omega}-\omega=\overline{\omega}$
그러므로 $\{\omega(\overline{\omega}-1)\}^n=(\omega\overline{\omega}-\omega)^n=\overline{\omega}^n$
이차방정식 $x^2-2x+2=0$의 두 근은 $1+i$, $1-i$
$\omega=1+i$, $\overline{\omega}=1-i$일 때
$\overline{\omega}^2=-2i$, $\overline{\omega}^4=-4$에서 $\overline{\omega}^{16}=256$
마찬가지로 $\omega=1-i$, $\overline{\omega}=1+i$일 때도 $\overline{\omega}^{16}=256$
따라서 $n=16$

28. [출제의도] 다항식의 곱셈공식을 활용하여 문제해결하기

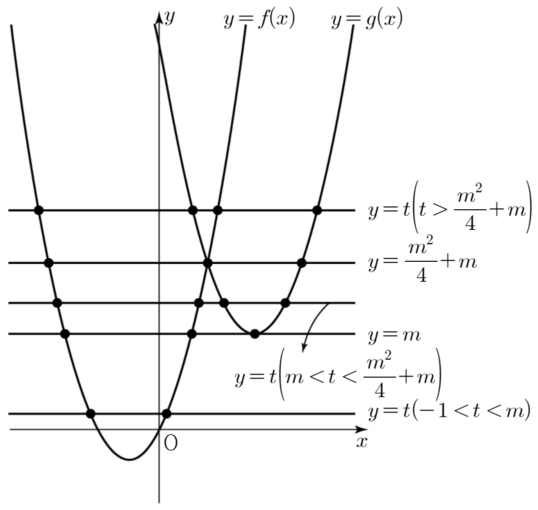
$\overline{AB}=x$, $\overline{AD}=y$, $\overline{AE}=z$라 하면
$l_1=3x+3y+3z+\overline{AC}+\overline{CF}+\overline{FA}$
$l_2=x+y+z+\overline{AC}+\overline{CF}+\overline{FA}$
이므로 $l_1-l_2=2x+2y+2z=28$에서
$x+y+z=14$
$S_1=xy+yz+zx+\frac{1}{2}xy+\frac{1}{2}yz+\frac{1}{2}zx$
$\quad+$(삼각형 AFC의 넓이)
$S_2=\frac{1}{2}xy+\frac{1}{2}yz+\frac{1}{2}zx+$(삼각형 AFC의 넓이)
이므로 $S_1-S_2=xy+yz+zx=61$
$\overline{AC}^2+\overline{CF}^2+\overline{FA}^2=(x^2+y^2)+(y^2+z^2)+(z^2+x^2)$
$\quad=2(x^2+y^2+z^2)$
$\quad=2\{(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)\}$
$\quad=2\times(14^2-2\times61)=148$

29. [출제의도] 일대일함수를 이용하여 추론하기

$\{f(x)+x^2-5\}\times\{f(x)+4x\}=0$에서
$g(x)=-x^2+5$, $h(x)=-4x$라 하면
집합 X의 모든 원소 x에 대하여
$f(x)=g(x)$ 또는 $f(x)=h(x)$이다.
$g(x)=h(x)$에서 $x^2-4x-5=0$, $(x+1)(x-5)=0$,
$x=-1$
$g(-1)=h(-1)=4$이므로 $f(-1)=4$
이차함수 $y=g(x)$의 그래프는
y축에 대하여 대칭이므로 $g(1)=g(-1)$
$f(1)=g(1)=4$라 하면 함수 $f(x)$는 일대일함수가
아니다. 그러므로 $f(1)=h(1)=-4$
$g(x)=-4$에서 $x^2=9$, $x=-3$
$f(-3)=g(-3)=-4$라 하면 함수 $f(x)$는
일대일함수가 아니다. 그러므로 $f(-3)=h(-3)=12$
$f(0)=h(0)=0$이라 하면 조건 (나)를 만족시키지
않는다. 그러므로 $f(0)=g(0)=5$
$f(0)\times f(1)\times f(2)<0$에서 $f(2)>0$
$h(2)=-8<0$이므로 $f(2)=g(2)=1$
이차함수 $y=g(x)$의 그래프는
y축에 대하여 대칭이므로 $g(-2)=g(2)$
$f(-2)=g(-2)=1$이라 하면 함수 $f(x)$는
일대일함수가 아니다. 그러므로
$f(-2)=h(-2)=8$
따라서
$f(-3)+f(-2)+f(-1)+f(0)+f(1)+f(2)$
$\quad=12+8+4+5+(-4)+1=26$

30. [출제의도] 이차함수를 활용하여 문제해결하기

$\{x\,|\,f(x)=t$ 또는 $g(x)=t$, x는 실수$\}$
$=\{x\,|\,f(x)=t$, x는 실수$\}\cup\{x\,|\,g(x)=t$, x는 실수$\}$
이므로 집합 $\{x\,|\,f(x)=t$ 또는 $g(x)=t$, x는 실수$\}$의
원소는 이차함수 $y=f(x)$의 그래프와
직선 $y=t$의 교점의 x좌표 또는
이차함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$의
교점의 x좌표이다.
이차함수 $f(x)=x^2+2x$의 그래프의
꼭짓점의 좌표는 $(-1,-1)$
이차함수 $g(x)=(x-m)^2+m$의 그래프의
꼭짓점의 좌표는 (m,m)
$x^2+2x=(x-m)^2+m$에서 $x=\frac{m}{2}$
두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의
그래프의 교점의 좌표는 $\left(\frac{m}{2},\ \frac{m^2}{4}+m\right)$이므로
$t\ne\frac{m^2}{4}+m$일 때
$\{x\,|\,f(x)=t$, x는 실수$\}$
$\quad\cap\{x\,|\,g(x)=t$, x는 실수$\}=\varnothing \cdots$ ㉠
$t=\frac{m^2}{4}+m$일 때
$\{x\,|\,f(x)=t$, x는 실수$\}$
$\quad\cap\{x\,|\,g(x)=t$, x는 실수$\}=\left\{\frac{m}{2}\right\} \cdots$ ㉡
두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프 및
직선 $y=t$는 그림과 같다.



직선 $y=t\,(t>-1)$은 이차함수 $y=f(x)$의
그래프와 서로 다른 두 점에서 만나고,
이차함수 $y=f(x)$의 그래프는 직선 $x=-1$에
대하여 대칭이다.
그러므로 집합 $\{x\,|\,f(x)=t$, x는 실수$\}$의
모든 원소의 합은 $-2 \cdots$ ㉢
(i) $-1<t<m$일 때
직선 $y=t$는
이차함수 $y=g(x)$의 그래프와 만나지 않으므로
$\{x\,|\,g(x)=t$, x는 실수$\}=\varnothing$이고
㉢에 의하여 $h(t)=-2$
(ii) $t=m$일 때
직선 $y=m$은 이차함수 $y=g(x)$의 그래프와

한 점 (m, m)에서 만나므로
$\{x|g(x)=t,\ x$는 실수$\}=\{m\}$이고
㉠, ㉢에 의하여 $h(t)=m-2$

(iii) $m<t<\dfrac{m^2}{4}+m$ 또는 $t>\dfrac{m^2}{4}+m$일 때
직선 $y=t$는 이차함수 $y=g(x)$의 그래프와
서로 다른 두 점에서 만난다.
이차함수 $y=g(x)$의 그래프는 직선 $x=m$에
대하여 대칭이므로
집합 $\{x|g(x)=t,\ x$는 실수$\}$의
모든 원소의 합은 $2m$이고
㉠, ㉢에 의하여 $h(t)=2m-2$

(iv) $t=\dfrac{m^2}{4}+m$일 때
직선 $y=\dfrac{m^2}{4}+m$은 이차함수 $y=g(x)$의
그래프와 서로 다른 두 점에서 만난다.
이차함수 $y=g(x)$의 그래프는 직선 $x=m$에
대하여 대칭이므로
집합 $\{x|g(x)=t,\ x$는 실수$\}$의
모든 원소의 합은 $2m$이고
㉡, ㉢에 의하여 $h(t)=2m-2-\dfrac{m}{2}=\dfrac{3}{2}m-2$

(i)~(iv)에 의하여 함수 $h(t)$는 다음과 같다.

$$h(t)=\begin{cases} -2 & (-1<t<m) \\ m-2 & (t=m) \\ 2m-2 & \left(m<t<\dfrac{m^2}{4}+m \text{ 또는 } t>\dfrac{m^2}{4}+m\right) \\ \dfrac{3}{2}m-2 & \left(t=\dfrac{m^2}{4}+m\right) \end{cases}$$

함수 $h(t)$의 치역은
$\left\{-2,\ m-2,\ \dfrac{3}{2}m-2,\ 2m-2\right\}$이므로
모든 원소의 합은
$-2+(m-2)+\left(\dfrac{3}{2}m-2\right)+(2m-2)=19$
따라서 $m=6$