

# 수학 영역(가형)

## 제 2 교시

1

5지선다형

1.  $\sqrt[3]{9} \times 3^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 - 3}{2n^2 + 7n - 9}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_5 = 2$ 일 때,  $a_4 \times a_6$ 의 값은? [2점]

- ① 4      ② 8      ③ 12      ④ 16      ⑤ 20

4. 부등식

$$2^{x-4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$$

을 만족시키는 모든 자연수  $x$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

## 2

## 수학 영역(가형)

5. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 4$ ,  $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2)^2 = 67$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{10} (a_k)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

6. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3$ 이고

급수  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 2b_n - 7)$ 이 수렴할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7. 6개의 문자  $a, a, b, b, c, c$ 를 일렬로 나열할 때,

$a$ 끼리는 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 50      ② 55      ③ 60      ④ 65      ⑤ 70

8. 수열  $\left\{ \frac{(4x-1)^n}{2^{3n}+3^{2n}} \right\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수  $x$ 의 개수는?

[3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

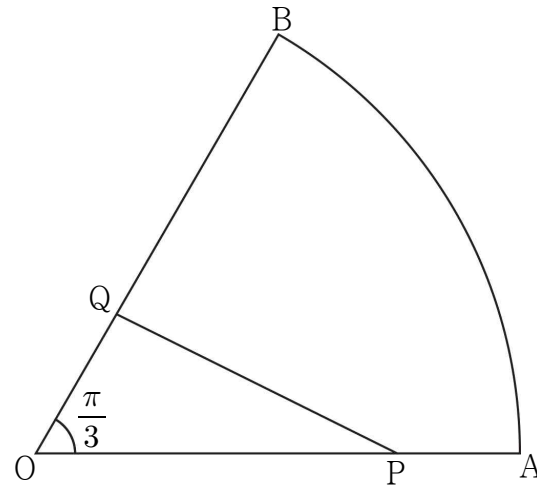
9.  $0 < x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식  $\sin^2 x = \cos^2 x + \cos x$ 와  
부등식  $\sin x > \cos x$ 를 동시에 만족시키는 모든  $x$ 의 값의 합은?

[3점]

- ①  $\frac{4}{3}\pi$       ②  $\frac{5}{3}\pi$       ③  $2\pi$       ④  $\frac{7}{3}\pi$       ⑤  $\frac{8}{3}\pi$

10. 그림과 같이 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴 OAB에서

선분 OA를 3:1로 내분하는 점을 P, 선분 OB를 1:2로  
내분하는 점을 Q라 하자. 삼각형 OPQ의 넓이가  $4\sqrt{3}$ 일 때,  
호 AB의 길이는? [3점]



- ①  $\frac{5}{3}\pi$       ②  $2\pi$       ③  $\frac{7}{3}\pi$       ④  $\frac{8}{3}\pi$       ⑤  $3\pi$

## 4

## 수학 영역(가형)

11.  $(x^2 - \frac{1}{x})^2(x-2)^5$ 의 전개식에서  $x$ 의 계수는? [3점]

- ① 88      ② 92      ③ 96      ④ 100      ⑤ 104

12.  $\pi < \theta < 2\pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\frac{\sin\theta \cos\theta}{1-\cos\theta} + \frac{1-\cos\theta}{\tan\theta} = 1$ 일 때,  
 $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$       ②  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$       ③  $\frac{1}{5}$   
 ④  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       ⑤  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

13.  $\sum_{n=1}^{20} (-1)^n n^2$ 의 값은? [3점]

- ① 195      ② 200      ③ 205      ④ 210      ⑤ 215

14. 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여  $(n-5)$ 의  $n$ 제곱근 중 실수인 것의

개수를  $f(n)$ 이라 할 때,  $\sum_{n=2}^{10} f(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

# 6

## 수학 영역(가형)

15. 첫째항이 양수이고 공차가 3인 등차수열  $\{a_n\}$ 과 모든 항이 양수인 수열  $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_1$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  
 $\log a_n + \log a_{n+1} + \log b_n = 0$

(나)  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{1}{12}$

- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

16. 두 함수  $f(x)=x^2-6x+11$ ,  $g(x)=\log_3 x$ 가 있다. 정수  $k$ 에 대하여

$$k < (g \circ f)(n) < k+2$$

를 만족시키는 자연수  $n$ 의 개수를  $h(k)$ 라 할 때,  $h(0)+h(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 11      ② 13      ③ 15      ④ 17      ⑤ 19

17. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_3$ 의 값은? [4점]

(가)  $\sum_{k=1}^4 a_k = 45$   
 (나)  $\sum_{k=1}^6 \frac{a_2 \times a_5}{a_k} = 189$

- ① 12      ② 15      ③ 18      ④ 21      ⑤ 24

18. 그림과 같이 두 선분  $A_1B_1, C_1D_1$ 이 서로 평행하고

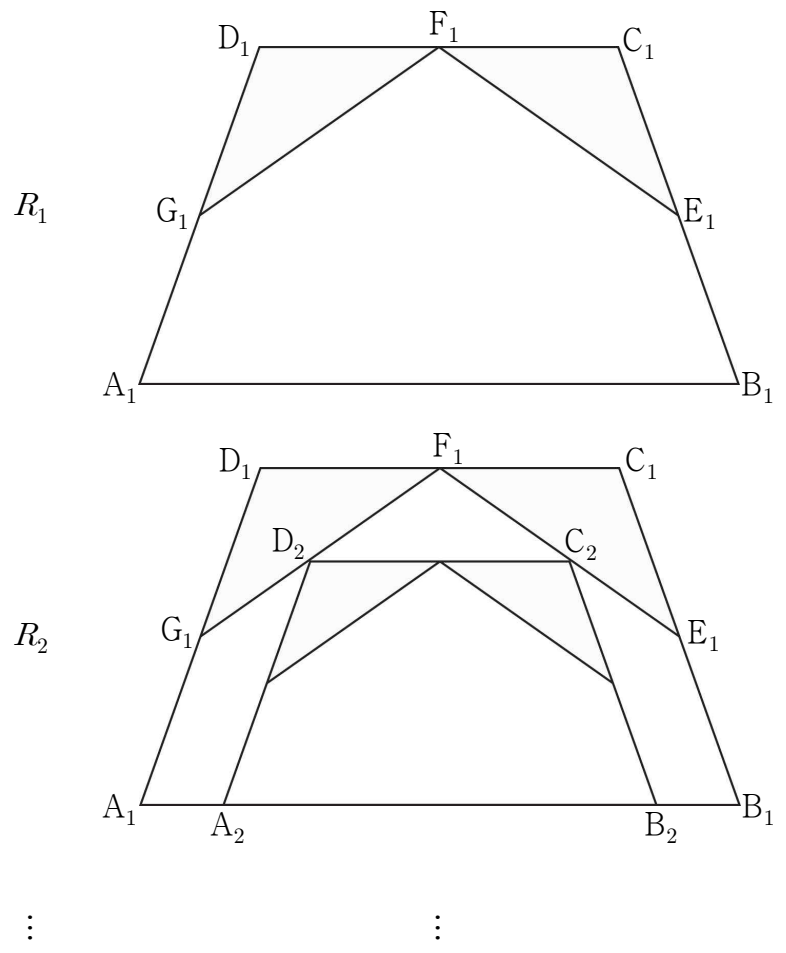
$\overline{A_1B_1} = 10, \overline{B_1C_1} = \overline{C_1D_1} = \overline{D_1A_1} = 6$ 인 사다리꼴  $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 세 선분  $B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ 의 중점을 각각  $E_1, F_1, G_1$ 이라 하고 두 개의 삼각형  $C_1F_1E_1, D_1G_1F_1$ 을 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 선분  $A_1B_1$  위의 두 점  $A_2, B_2$ 와 선분  $E_1F_1$  위의 점  $C_2$ , 선분  $F_1G_1$  위의 점  $D_2$ 를 꼭짓점으로 하고 두 선분  $A_2B_2, C_2D_2$ 가 서로 평행하며  $\overline{B_2C_2} = \overline{C_2D_2} = \overline{D_2A_2}$ ,

$\overline{A_2B_2} : \overline{B_2C_2} = 5 : 3$ 인 사다리꼴  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다.

그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 사다리꼴  $A_2B_2C_2D_2$ 에 두 개의 삼각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{234}{19} \sqrt{2}$       ②  $\frac{236}{19} \sqrt{2}$       ③  $\frac{238}{19} \sqrt{2}$   
 ④  $\frac{240}{19} \sqrt{2}$       ⑤  $\frac{242}{19} \sqrt{2}$

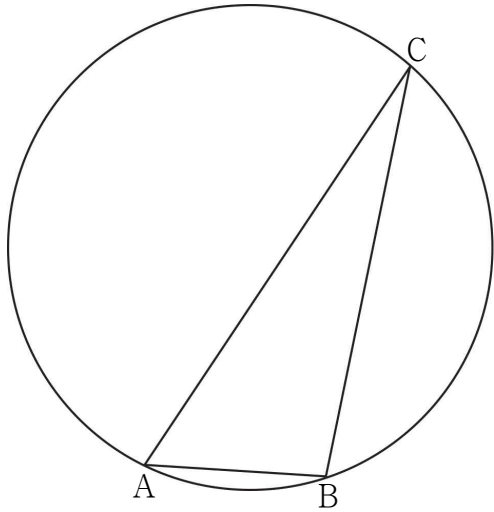
# 8

## 수학 영역(가형)

19. 그림과 같이 원  $C$ 에 내접하고  $\overline{AB}=3$ ,  $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 인

삼각형  $ABC$ 가 있다. 원  $C$ 의 넓이가  $\frac{49}{3}\pi$ 일 때,

원  $C$  위의 점  $P$ 에 대하여 삼각형  $PAC$ 의 넓이의 최댓값은?  
(단, 점  $P$ 는 점  $A$ 도 아니고 점  $C$ 도 아니다.) [4점]



- ①  $\frac{32}{3}\sqrt{3}$       ②  $\frac{34}{3}\sqrt{3}$       ③  $12\sqrt{3}$   
 ④  $\frac{38}{3}\sqrt{3}$       ⑤  $\frac{40}{3}\sqrt{3}$

20. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여

함수  $f: X \rightarrow X$ 의 치역을  $A$ , 합성함수  $f \circ f$ 의 치역을  $B$ 라 할 때, 두 집합  $A, B$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- $n(A) \geq 3$
- 집합  $A$ 의 모든 원소의 합이 3의 배수이다.
- $n(A) > n(B)$

다음은 함수  $f$ 의 개수를 구하는 과정이다.

(i)  $n(A) = 3$ 이고 모든 원소의 합이 3의 배수인 집합  $A$ 는

$\{1, 2, 3\}, \{1, 3, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{3, 4, 5\}$ 이다.

$A = \{1, 2, 3\}$ 인 경우  $n(B) < 3$ 이므로

집합  $B$ 는

$\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 이다.

$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1\}$ 인 경우

함수  $f$ 의 개수는  $\boxed{\text{가}}$ 이고,

$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2\}$ 인 경우

함수  $f$ 의 개수는  $\boxed{\text{나}}$ 이므로

$n(A) = 3, n(B) < 3$ 이고 집합  $A$ 의 모든 원소의 합이 3의 배수가 되도록 하는 함수  $f$ 의 개수는

$4 \times (3 \times \boxed{\text{가}} + 3 \times \boxed{\text{나}})$ 이다.

(ii)  $n(A) = 4$ 이고 모든 원소의 합이 3의 배수인

집합  $A$ 는  $\{1, 2, 4, 5\}$ 뿐이므로 이 경우  $n(B) < 4$ 를

만족시키는 함수  $f$ 의 개수는  $\boxed{\text{다}}$ 이다.

(iii)  $n(A) = 5$ 인 경우 함수  $f$ 는 일대일대응이고

$n(B) = 5$ 이므로  $n(A) > n(B)$ 를 만족시키는 함수  $f$ 는 존재하지 않는다.

(i), (ii), (iii)에 의하여 구하는 함수  $f$ 의 개수는

$4 \times (3 \times \boxed{\text{가}} + 3 \times \boxed{\text{나}}) + \boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q, r$ 라 할 때,  $p+q+r$ 의 값은? [4점]

- ① 164      ② 168      ③ 172      ④ 176      ⑤ 180



21. 자연수  $k$ 에 대하여 집합  $A_k$ 를

$$A_k = \left\{ \sin \frac{2(m-1)}{k} \pi \mid m \text{은 자연수} \right\}$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ.  $A_3 = \left\{ -\frac{\sqrt{3}}{2}, 0, \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$

ㄴ. 1이 집합  $A_k$ 의 원소가 되도록 하는 두 자리 자연수  $k$ 의 개수는 22이다.

ㄷ.  $n(A_k) = 11$ 을 만족시키는 모든  $k$ 의 값의 합은 33이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

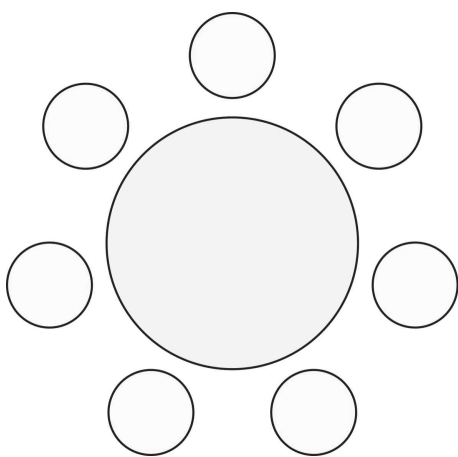
22.  ${}_6\Pi_2 + {}_2H_6$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 6$ ,  $a_3 + a_6 = a_{11}$ 일 때,  $a_4$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수  $f(x)=2^{x+p}+q$ 의 그래프의 점근선이 직선  $y=-4$ 이고  $f(0)=0$ 일 때,  $f(4)$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 상수이다.)  
[3점]

26.  $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수  $y=a\sin 3x+b$ 의 그래프가 두 직선  $y=9$ ,  $y=2$ 와 만나는 점의 개수가 각각 3, 7이 되도록 하는 두 양수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a \times b$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A학교 학생 2명, B학교 학생 2명, C학교 학생 3명이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A학교 학생 2명이 서로 이웃하여 앉고 B학교 학생 2명도 서로 이웃하여 앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



27. 자연수  $n$ 에 대하여 점  $(1, 0)$ 을 지나고 점  $(n, n)$ 에서 직선  $y=x$ 와 접하는 원의 중심의 좌표를  $(a_n, b_n)$ 이라 할 때,

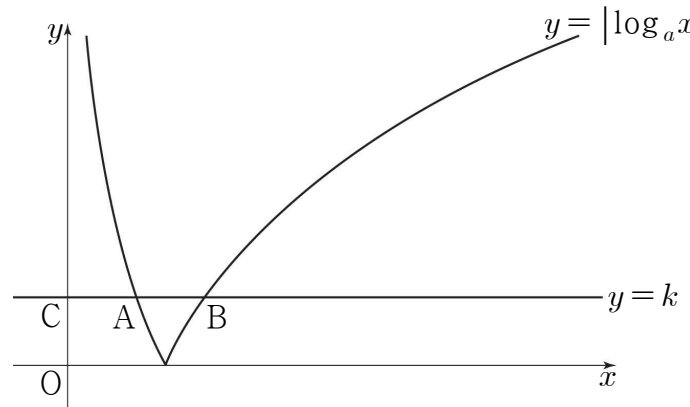
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - b_n}{n^2} \text{의 값을 구하시오. [4점]}$$

28. 그림과 같이 1보다 큰 실수  $a$ 에 대하여 곡선  $y = |\log_a x|$ 가 직선  $y=k$  ( $k > 0$ )과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하고, 직선  $y=k$ 가  $y$ 축과 만나는 점을 C라 하자.

$\overline{OC} = \overline{CA} = \overline{AB}$ 일 때, 곡선  $y = |\log_a x|$ 와 직선  $y = 2\sqrt{2}$ 가 만나는 두 점 사이의 거리는  $d$ 이다.  $20d$ 의 값을 구하시오.

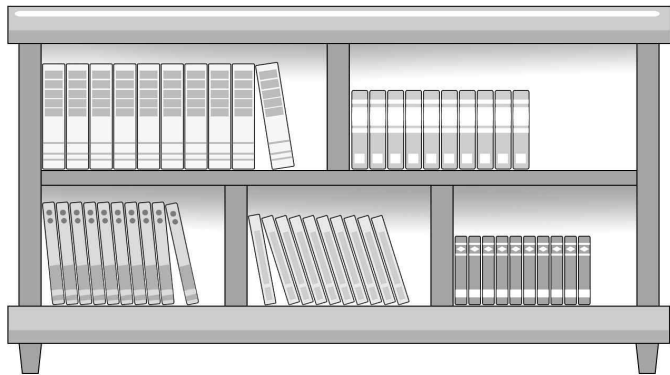
(단, O는 원점이고, 점 A의  $x$ 좌표는 점 B의  $x$ 좌표보다 작다.)

[4점]



29. 어느 학교 도서관에서 독서프로그램 운영을 위해 철학, 사회과학, 자연과학, 문학, 역사 분야에 해당하는 책을 각 분야별로 10권씩 총 50권을 준비하였다. 한 학급에서 이 50권의 책 중 24권의 책을 선택하려고 할 때, 다음 조건을 만족시키도록 선택하는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 분야에 해당하는 책은 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 철학, 사회과학, 자연과학 각각의 분야에 해당하는 책은 4권 이상씩 선택한다.
- (나) 문학 분야에 해당하는 책은 선택하지 않거나 4권 이상 선택한다.
- (다) 역사 분야에 해당하는 책은 선택하지 않거나 4권 이상 선택한다.



30. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $a_{2n} = b_n + 2$
- (나)  $a_{2n+1} = b_n - 1$
- (다)  $b_{2n} = 3a_n - 2$
- (라)  $b_{2n+1} = -a_n + 3$

$a_{48} = 9$ 이고  $\sum_{n=1}^{63} a_n - \sum_{n=1}^{31} b_n = 155$ 일 때,  $b_{32}$ 의 값을 구하시오.

[4점]

※ 확인 사항  
 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.