

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{2}} + \log_2 8$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

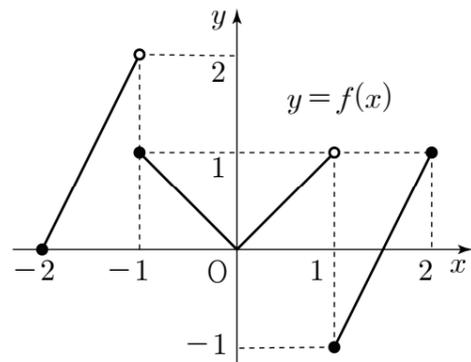
2. $\int_0^1 (2x+3)dx$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x) = x^2 - ax$ 에 대하여 $f'(1) = 0$ 일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 부등식 $5^{2x-7} \leq \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $\cos(-\theta) + \sin(\pi + \theta) = \frac{3}{5}$ 일 때, $\sin\theta \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{6}{25}$ ③ $\frac{7}{25}$ ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{9}{25}$

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 5 - \frac{10}{a_n} & (a_n \text{이 정수인 경우}) \\ -2a_n + 3 & (a_n \text{이 정수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_9 + a_{12}$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8. 첫째항이 a ($a > 0$) 이고, 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$2a = S_2 + S_3$, $r^2 = 64a^2$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 2 이상의 두 자연수 a , n 에 대하여 $(\sqrt[n]{a})^3$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 n 의 최댓값을 $f(a)$ 라 하자.
 $f(4) + f(27)$ 의 값은? [4점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

10. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식

$$3\cos^2 x + 5\sin x - 1 = 0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

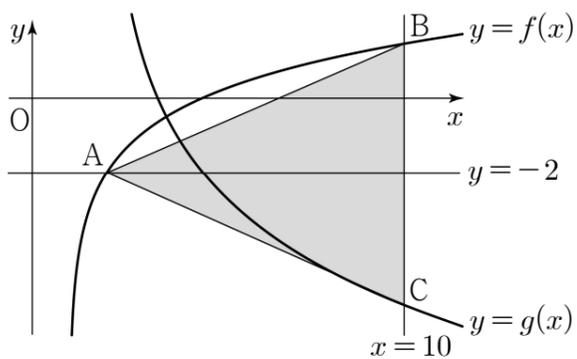
- ① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

11. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{2} \log_a(x-1) - 2, \quad g(x) = \log_{\frac{1}{a}}(x-2) + 1$$

이 있다. 직선 $y = -2$ 와 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 A라 하고, 직선 $x = 10$ 과 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 삼각형 ACB의 넓이가 28일 때, a^{10} 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27



12. 다항함수 $f(x)$ 는 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 - 3x - 5} = 2$ 를 만족시키고,

함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & (x \neq 3) \\ 1 & (x = 3) \end{cases}$$

이다. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

13. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$(n+1)S_{n+1} = \log_2(n+2) + \sum_{k=1}^n S_k \dots (*)$$

가 성립할 때, $\sum_{k=1}^n ka_k$ 를 구하는 과정이다.

주어진 식 (*)에 의하여

$$nS_n = \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \dots \textcircled{1}$$

이다. (*)에서 $\textcircled{1}$ 을 빼서 정리하면

$$\begin{aligned} & (n+1)S_{n+1} - nS_n \\ &= \log_2(n+2) - \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^n S_k - \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \geq 2) \end{aligned}$$

이므로

$$(\textcircled{\text{가}}) \times a_{n+1} = \log_2 \frac{n+2}{n+1} \quad (n \geq 2)$$

이다.

$$a_1 = 1 = \log_2 2 \text{ 이고,}$$

$$2S_2 = \log_2 3 + S_1 = \log_2 3 + a_1 \text{ 이므로}$$

모든 자연수 n 에 대하여

$$na_n = \textcircled{\text{나}}$$

이다. 따라서

$$\sum_{k=1}^n ka_k = \textcircled{\text{다}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(n)$ 이라 할 때, $f(8) - g(8) + h(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

14. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 6t$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 시각 $t=2$ 에서 점 P의 움직이는 방향이 바뀐다.
- ㄴ. 점 P가 출발한 후 움직이는 방향이 바뀔 때 점 P의 위치는 -4 이다.
- ㄷ. 점 P가 시각 $t=0$ 일 때부터 가속도가 12가 될 때까지 움직인 거리는 8이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 의 서로 다른 세 실근 $\alpha, 0, \beta$ ($\alpha < 0 < \beta$)가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=9$ 는 서로 다른 세 실근을 가진다.
 (나) $f(\alpha)=-16$

함수 $g(x)=|f'(x)|-f'(x)$ 에 대하여 $\int_0^{10} g(x)dx$ 의 값은?

[4점]

- ① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

단답형

16. 두 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x+a}{x+1} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x)=3x^2+6x-4$ 이고 $f(1)=5$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 함수 $f(x)=x^3+ax$ 에서 x 의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율이 $f'(a)$ 의 값과 같게 되도록 하는 양수 a 에 대하여 $3a^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-4}{x^2-4} = 2, \lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)+1}{x-2} = 8$$

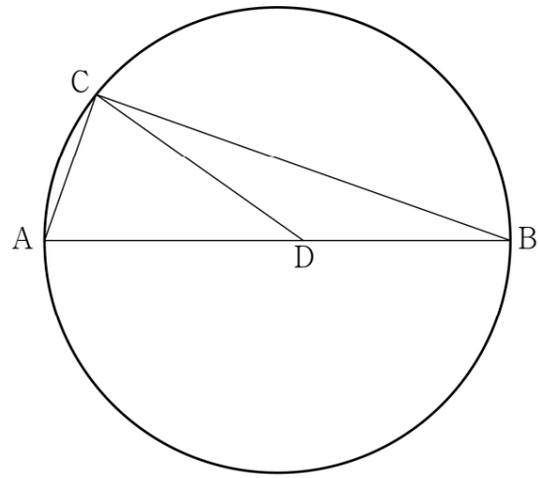
을 만족시킨다. 함수 $h(x)=f(x)g(x)$ 에 대하여 $h'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 C에 대하여

$$\overline{BC} = 12\sqrt{2}, \cos(\angle CAB) = \frac{1}{3}$$

이다. 선분 AB를 5:4로 내분하는 점을 D라 할 때, 삼각형 CAD의 외접원의 넓이는 S 이다.

$\frac{S}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [4점]



21. 공차가 d 이고 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $a_1 \leq d$
 (나) 어떤 자연수 $k (k \geq 3)$ 에 대하여 세 항 a_2, a_k, a_{3k-1} 이 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$90 \leq a_{16} \leq 100$ 일 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [4점]

22. 삼차함수 $f(x) = \frac{2\sqrt{3}}{3}x(x-3)(x+3)$ 에 대하여 $x \geq -3$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (-3 \leq x < 3) \\ \frac{1}{k+1}f(x-6k) & (6k-3 \leq x < 6k+3) \end{cases}$$

(단, k 는 모든 자연수)

이다. 자연수 n 에 대하여 직선 $y=n$ 과 함수 $y=g(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n 이라 할 때,

$\sum_{n=1}^{12} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

- * 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.