

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1.  $3i + (1 - 2i)$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [2점]

- ①  $1 - 3i$     ②  $1 - 2i$     ③  $1 - i$     ④  $1$     ⑤  $1 + i$

2. 두 다항식  $A = 2x^2 + 3xy + 2y^2$ ,  $B = x^2 + 5xy + 3y^2$ 에 대하여  $A - B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ①  $x^2 + 2xy - y^2$     ②  $x^2 - 2xy - y^2$     ③  $x^2 - 2xy + y^2$   
 ④  $-x^2 + 2xy + y^2$     ⑤  $-x^2 - 2xy - y^2$

3. 이차함수  $y = x^2 + 4x + a$ 의 그래프가  $x$ 축과 접할 때, 상수  $a$ 의 값은? [2점]

- ① 4    ② 5    ③ 6    ④ 7    ⑤ 8

4. 부등식  $|x - 2| < 3$ 을 만족시키는 정수  $x$ 의 개수는? [3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

5.  $x$ 의 값에 관계없이 등식

$$3x^2 + ax + 4 = bx(x-1) + c(x-1)(x-2)$$

가 항상 성립할 때,  $a+b+c$ 의 값은? (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.)  
[3점]

- ① -6      ② -5      ③ -4      ④ -3      ⑤ -2

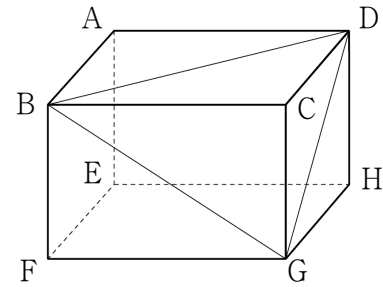
6. 두 복소수  $x = \frac{1-i}{1+i}$ ,  $y = \frac{1+i}{1-i}$ 에 대하여  $x+y$ 의 값은?

(단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [3점]

- ①  $-4i$       ②  $2i$       ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

7. 그림과 같이 겹넓이가 148이고, 모든 모서리의 길이의 합이 60인 직육면체  $ABCD-EFGH$ 가 있다.

$\overline{BG}^2 + \overline{GD}^2 + \overline{DB}^2$ 의 값은? [3점]



- ① 136      ② 142      ③ 148      ④ 154      ⑤ 160

8. 다항식  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$ 을  $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 4이다.  $f(x+2)$ 가  $x-1$ 로 나누어떨어질 때,  $b-a$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]
- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

10. 이차함수  $y = x^2 + 6x - 3$ 의 그래프와 직선  $y = kx - 7$ 이 만나지 않도록 하는 자연수  $k$ 의 개수는? [3점]
- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

9.  $x = -2 + 3i, y = 2 + 3i$ 일 때,  $x^3 + x^2y - xy^2 - y^3$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [3점]
- ① 144      ② 150      ③ 156      ④ 162      ⑤ 168

11.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - 2(m+a)x + m^2 + m + b = 0$ 이 실수  $m$ 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때,  $12(a+b)$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

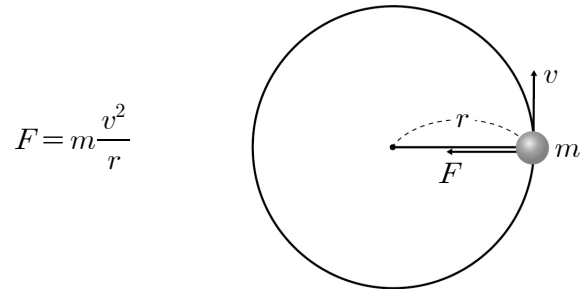
12. 삼차방정식  $x^3 + x - 2 = 0$ 의 서로 다른 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{7}{2}$       ②  $-\frac{5}{2}$       ③  $-\frac{3}{2}$       ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

13. 연립방정식  $\begin{cases} 2x-3y=-1 \\ x^2-2y^2=-1 \end{cases}$ 의 해를  $x=\alpha, y=\beta$ 라 할 때,  
 $\alpha+\beta$ 의 값은? (단,  $\alpha \neq \beta$ ) [3점]

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

14. 물체가 등속 원운동을 하기 위해 원의 중심방향으로 작용하는 일정한 크기의 힘을 구심력이라 한다.  
 질량이  $m$ 인 물체가 반지름의 길이가  $r$ 인 원의 궤도를 따라  $v$ 의 속력으로 등속 원운동을 할 때 작용하는 구심력의 크기  $F$ 는 다음과 같다.



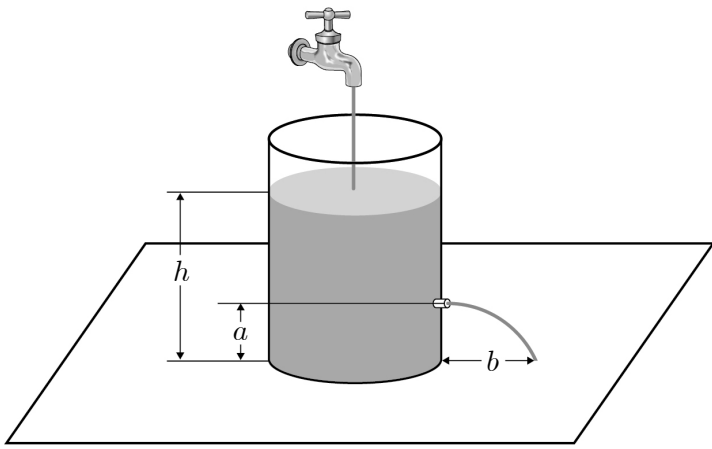
물체  $A$ 와 물체  $B$ 는 반지름의 길이가 각각  $r_A, r_B$ 인 원의 궤도를 따라 등속 원운동을 한다.  
 물체  $A$ 의 질량은 물체  $B$ 의 질량의 3배이고, 물체  $A$ 의 속력은 물체  $B$ 의 속력의  $\frac{1}{2}$ 배이다. 물체  $A$ 와 물체  $B$ 의 구심력의 크기가 같을 때,  $\frac{r_A}{r_B}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{3}{8}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{5}{8}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤  $\frac{7}{8}$

15. 그림과 같이 윗면이 개방된 원통형 용기에 높이가  $h$ 인 지점까지 물이 채워져 있다.  
 용기에 충분히 작은 구멍을 뚫어 물을 흘려보내는 동시에 물을 공급하여 물의 높이를  $h$ 로 유지한다. 구멍의 높이를  $a$ , 구멍으로부터 물이 바닥에 떨어지는 지점까지의 수평거리를  $b$ 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$b = \sqrt{4a(h-a)} \quad (\text{단, } 0 < a < h)$$

$h=10$ 일 때,  $b^2$ 의 최댓값은? [4점]



- ① 64      ② 81      ③ 100      ④ 121      ⑤ 144

16. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

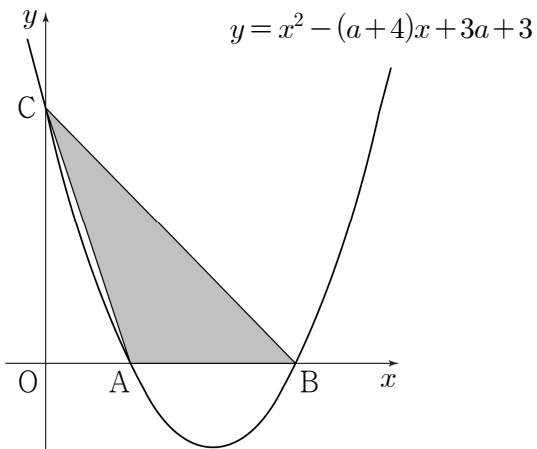
(가)  $f(0)=0$

(나)  $f(x)$ 를  $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지가  $2(x-2)$ 이다.

$f(x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ 라 할 때,  $Q(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

17. 그림과 같이 이차함수  $y = x^2 - (a+4)x + 3a + 3$ 의 그래프가  $x$ 축과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하고,  $y$ 축과 만나는 점을 C라 하자.



삼각형 ABC의 넓이의 최댓값은? (단,  $0 < a < 2$ ) [4점]

- ①  $\frac{13}{4}$     ②  $\frac{27}{8}$     ③  $\frac{7}{2}$     ④  $\frac{29}{8}$     ⑤  $\frac{15}{4}$

18. 다음은  $2022^{10}$ 을 505로 나누었을 때의 나머지를 구하는 과정이다.

다항식  $(4x+2)^{10}$ 을  $x$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $R$ 라고 하면  
 $(4x+2)^{10} = xQ(x) + R$ 이다.  
 이때,  $R = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.  
 등식  $(4x+2)^{10} = xQ(x) + \boxed{\text{(가)}}$ 에  
 $x = 505$ 를 대입하면  
 $2022^{10} = 505 \times Q(505) + \boxed{\text{(가)}}$   
 $= 505 \times \{Q(505) + \boxed{\text{(나)}}\} + \boxed{\text{(다)}}$ 이다.  
 따라서  $2022^{10}$ 을 505로 나누었을 때의 나머지는  
 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 1038    ② 1040    ③ 1042    ④ 1044    ⑤ 1046

19. 복소수  $z$ 에 대하여  $z + \bar{z} = -1$ ,  $z\bar{z} = 1$ 일 때,

$$\frac{\bar{z}}{z^5} + \frac{(\bar{z})^2}{z^4} + \frac{(\bar{z})^3}{z^3} + \frac{(\bar{z})^4}{z^2} + \frac{(\bar{z})^5}{z}$$

의 값은?

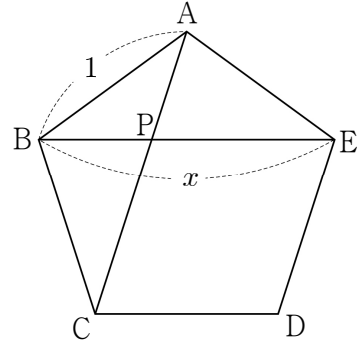
(단,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켈레복소수이다.) [4점]

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정오각형 ABCDE가 있다.

두 대각선 AC와 BE가 만나는 점을 P라 하면

$\overline{BE} : \overline{PE} = \overline{PE} : \overline{BP}$ 가 성립한다.



대각선 BE의 길이를  $x$ 라 할 때,

$$1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6 - x^7 + x^8 = p + q\sqrt{5}$$

이다.  $p+q$ 의 값은? (단,  $p, q$ 는 유리수이다.) [4점]

- ① 22      ② 23      ③ 24      ④ 25      ⑤ 26



21. 두 이차함수  $f(x), g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(x)g(x)=(x^2-4)(x^2-9)$
- (나)  $f(\alpha)=f(\alpha+5)=0$ 인 실수  $\alpha$ 가 존재한다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기> —
- ㄱ.  $f(2)=0$ 일 때,  $g(3)=0$ 이다.
  - ㄴ.  $g(2)>0$ 일 때,  $f\left(\frac{5}{2}\right)<g\left(\frac{5}{2}\right)$ 이다.
  - ㄷ.  $x$ 에 대한 방정식  $f(x)-g(x)=0$ 이 서로 다른 두 정수  $m, n$ 을 근으로 가질 때,  $|m+n|=5$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. 다항식  $(x+4)(2x^2-3x+1)$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수를 구하시오. [3점]

23.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2+ax-4=0$ 의 두 근이  $-4, b$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

24.  $x$ 에 대한 이차부등식  $x^2 + 8x + (a-6) < 0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 실수  $a$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

26. 이차함수  $f(x) = ax^2 + bx + 5$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(-2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가)  $a, b$ 는 음의 정수이다.

(나)  $1 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차함수  $f(x)$ 의 최댓값은 3이다.

25.  $x, y$ 에 대한 이차식  $x^2 + kxy - 3y^2 + x + 11y - 6$ 이  $x, y$ 에 대한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되도록 하는 자연수  $k$ 의 값을 구하시오. [3점]

27.  $\left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^n + \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^n = 2$ 를 만족시키는 자연수  $n$ 의 최솟값을 구하시오. (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [4점]

28.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2ax - b = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $|\alpha - \beta| < 12$ 를 만족시키는 두 자연수  $a, b$ 의 모든 순서쌍  $(a, b)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

29. 두 이차함수  $f(x)=x^2+2x+1$ ,  $g(x)=-x^2+5$ 에 대하여  
함수  $h(x)$ 를

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 1) \\ g(x) & (-2 < x < 1) \end{cases}$$

이라 하자.

직선  $y=mx+6$ 과  $y=h(x)$ 의 그래프가 서로 다른 세 점에서  
만나도록 하는 모든 실수  $m$ 의 값의 합을  $S$ 라 할 때,  
 $10S$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 5이상의 자연수  $n$ 에 대하여 다항식

$$P_n(x)=(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\cdots(1+x^{n-1})(1+x^n)-64$$

가  $x^2+x+1$ 로 나누어떨어지도록 하는 모든 자연수  $n$ 의 값의  
합을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인  
하시오.