

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{27}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

2. $\log_3 36 - \log_3 4$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 반지름의 길이가 6이고 호의 길이가 4π 인 부채꼴의 중심각의 크기는? [2점]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

4. $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3}{2}\pi$ 일 때, 방정식 $\tan x = 1$ 의 해는? [3점]

- ① $\frac{2}{3}\pi$ ② $\frac{3}{4}\pi$ ③ $\frac{5}{6}\pi$ ④ $\frac{5}{4}\pi$ ⑤ $\frac{4}{3}\pi$

5. 다음은 상용로그표의 일부이다.

수	...	6	7	8	...
⋮		⋮	⋮	⋮	
5.07042	.7050	.7059	...
5.17126	.7135	.7143	...
5.27210	.7218	.7226	...

$\log 517$ 의 값을 위의 표를 이용하여 구한 것은? [3점]

- ① 0.7126 ② 1.7042 ③ 1.7135
 ④ 2.7042 ⑤ 2.7135

6. $-3 \leq x \leq -1$ 에서 함수 $f(x) = 2^{-x} + 5$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 함수 $y = \log_3 x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 5만큼 평행이동한 그래프가 점 $(5, a)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

8. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos\theta = -\frac{2}{3}$ 일 때, $\sin\theta$ 의 값은?

[3점]

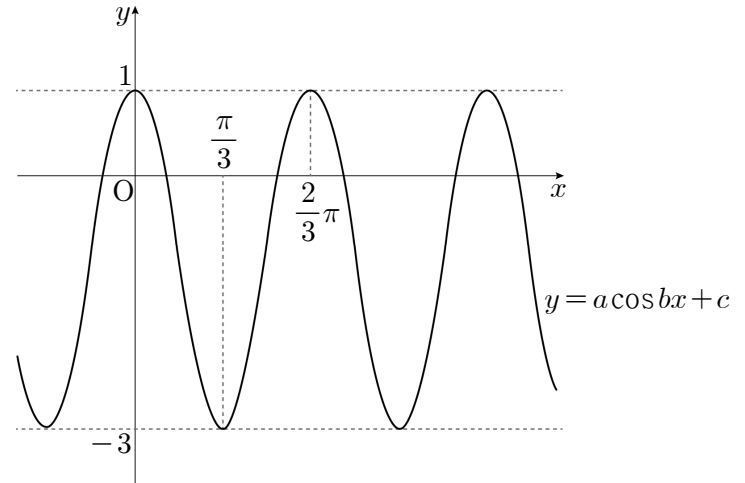
- ① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$
- ② $-\frac{\sqrt{2}}{3}$
- ③ $\frac{1}{3}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

9. 두 상수 a, b 에 대하여 함수 $y=3^x+a$ 의 그래프가 점 $(2, b)$ 를 지나고 점근선이 직선 $y=5$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

[3점]

- ① 15
- ② 16
- ③ 17
- ④ 18
- ⑤ 19

10. 세 상수 a, b, c 에 대하여 함수 $y=a\cos bx+c$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a \times b \times c$ 의 값은? (단, $a > 0, b > 0$) [3점]



- ① -10
- ② -8
- ③ -6
- ④ -4
- ⑤ -2

11. 81의 세제곱근 중 실수인 것을 a 라 할 때, $\log_9 a$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

12. 부등식

$$\log_3(x+5) < 8\log_9 2$$

를 만족시키는 정수 x 의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

13. 방정식 $4^x - 2^{x+3} + 15 = 0$ 의 두 실근을 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 할 때, $2^\alpha \times \beta$ 의 값은? [3점]
- ① $2\log_2 3$ ② $3\log_2 3$ ③ $3\log_2 5$ ④ $4\log_2 5$ ⑤ $5\log_2 5$

14. 함수 $y = 3^x$ 의 그래프 위의 x 좌표가 양수인 점 A와 함수 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 6$ 의 그래프 위의 점 B에 대하여 선분 AB의 중점의 좌표가 $(0, 2)$ 일 때, 점 A의 y 좌표는? [4점]
- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

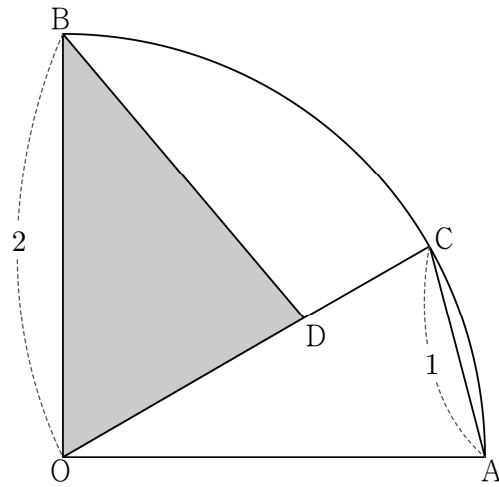
15. 좌표평면 위의 원점 O에서 x 축의 양의 방향으로 시초선을 잡을 때, 원점 O와 점 $P(5, a)$ 를 지나는 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ , 선분 OP의 길이를 r 라 하자.
 $\sin\theta + 2\cos\theta = 1$ 일 때, $a+r$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

[4점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

16. 그림과 같이 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인

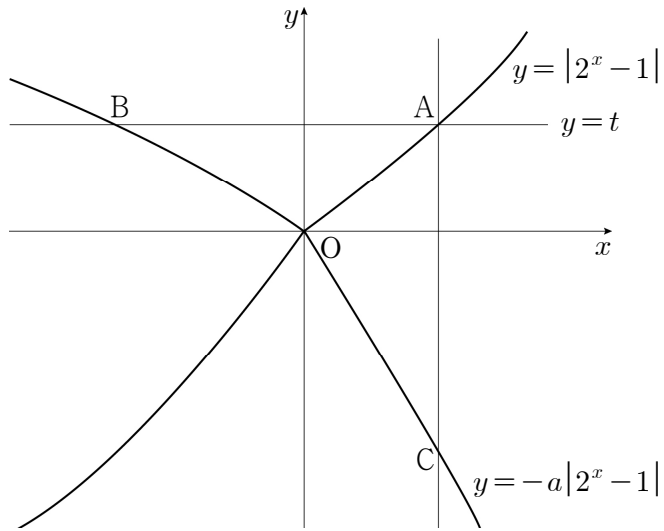
부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위에 점 C를 $\overline{AC}=1$ 이 되도록 잡는다. 선분 OC 위의 점 O가 아닌 점 D에 대하여 삼각형 BOD의 넓이가 $\frac{7}{6}$ 일 때, 선분 OD의 길이는? [4점]



- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{31}{24}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{17}{12}$

17. $0 < t < 1$ 인 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가
 함수 $y=|2^x-1|$ 의 그래프와 제1사분면에서 만나는 점을 A,
 제2사분면에서 만나는 점을 B라 하자.
 양수 a 에 대하여 점 A를 지나고 x 축에 수직인 직선이
 함수 $y=-a|2^x-1|$ 의 그래프와 만나는 점을 C라 하자.
 $\overline{AB}=\overline{AC}=1$ 일 때, $a+t$ 의 값은? [4점]

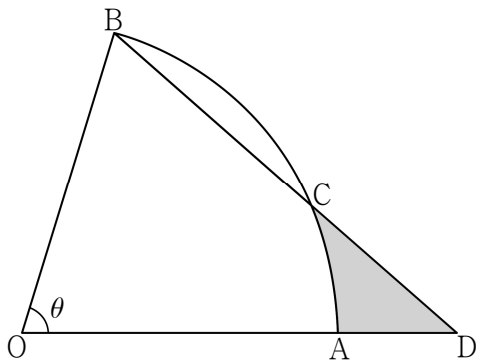
- ① 2 ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$



18. 자연수 n 에 대하여 $-\frac{\pi}{2n} < x < \frac{\pi}{2n}$ 에서 정의된 함수
 $f(x)=3\sin 2nx$ 가 있다. 원점 O를 지나고 기울기가 양수인 직선과
 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 서로 다른 세 점 O, A, B에서 만날 때,
 점 $C\left(\frac{\pi}{2n}, 0\right)$ 에 대하여 넓이가 $\frac{\pi}{12}$ 인 삼각형 ABC가 존재하도록
 하는 n 의 최댓값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

19. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 θ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB의 삼등분점 중 점 A에 가까운 점을 C라 하고, 직선 OA와 직선 BC가 만나는 점을 D라 하자. 다음은 두 선분 AD, CD와 호 AC로 둘러싸인 부분의 넓이 $S(\theta)$ 를 구하는 과정이다. (단, $0 < \theta < \frac{3}{4}\pi$)



점 C가 호 AB의 삼등분점 중 점 A에 가까운 점이므로 $\angle BOC = \boxed{\text{(가)}}$

이다. 또한, 삼각형 BOC에서

$$\angle OBC = \angle OCB = \frac{1}{2}(\pi - \boxed{\text{(가)}})$$

이다. 한편, 삼각형 BOD에서 사인법칙에 의하여

$$\overline{OD} = \frac{\cos \frac{\theta}{3}}{\boxed{\text{(나)}}}$$

이다. $S(\theta)$ 는 삼각형 COD의 넓이에서 부채꼴 OAC의 넓이를 뺀 값이므로

$$S(\theta) = \frac{1}{2} \times \frac{\cos \frac{\theta}{3}}{\boxed{\text{(나)}}} \times \sin \frac{\theta}{3} - \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(\theta)$, $g(\theta)$, $h(\theta)$ 라

할 때, $\frac{f(\frac{\pi}{2}) \times g(\frac{\pi}{4})}{h(\frac{\pi}{8})}$ 의 값은? [4점]

- ① $8\sqrt{3}$ ② $\frac{17\sqrt{3}}{2}$ ③ $9\sqrt{3}$ ④ $\frac{19\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

20. $1 < a < 4$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $y = \log_a x$ 의 그래프와 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프가 만나는 점을 $A(p, q)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $pq = 1$
 ㄴ. $a = 2$ 일 때, $p > \sqrt{2}$ 이다.
 ㄷ. 원점 O와 점 $B(p+q, 0)$ 에 대하여 삼각형 AOB의 넓이를 $S(p)$ 라 할 때, $S(p) < \frac{a+1}{2a}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 자연수 $k(1 < k < 12)$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 12$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \sin \pi x & (0 \leq x < k) \\ \left(\frac{2}{3}\right)^{x-k} - 1 & (k \leq x \leq 12) \end{cases}$$

라 하자. 실수 $a(0 < a \leq \frac{1}{2})$ 에 대하여 방정식

$$f(x) + a = 0$$

의 모든 실근의 합이 46일 때, $\frac{k}{a}$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

단답형

22. $4^{\frac{3}{2}} \times 2^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식 $\log_5(x+1)=2$ 의 해를 구하시오. [3점]

24. 부등식 $\left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} \leq 5^{7-2x}$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 개수를 구하시오. [3점]

26. 1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여

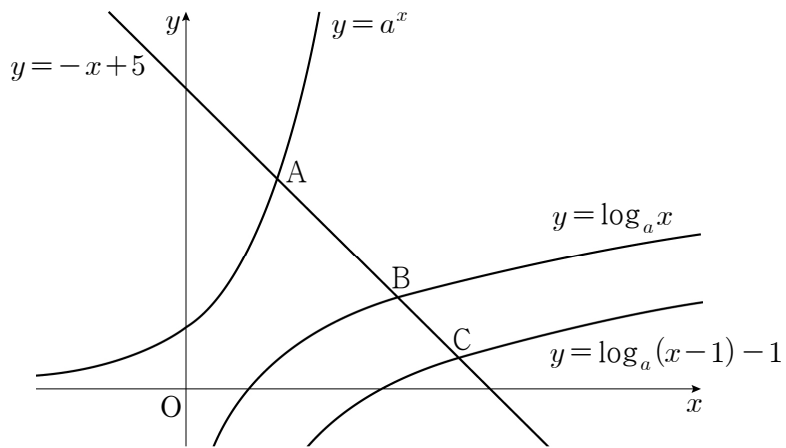
$$\log_{16} a = \frac{1}{\log_b 4}, \log_6 ab = 3$$

이 성립할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 함수 $y = 3\sin(x+\pi) + k$ 의 그래프가 점 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{5}{2}\right)$ 를 지날 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

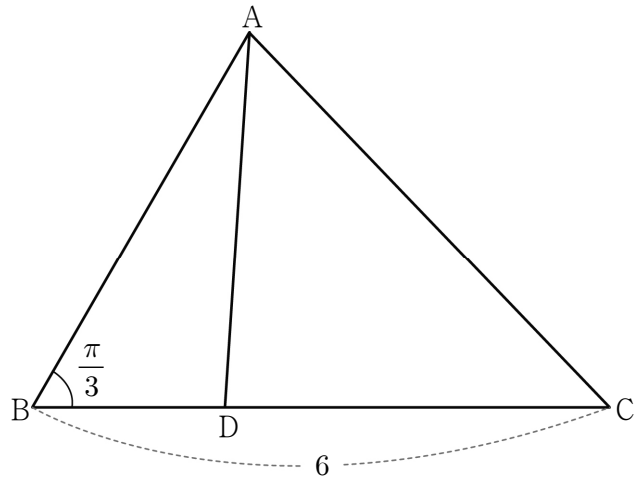
27. $a > 2$ 인 실수 a 에 대하여 그림과 같이 직선 $y = -x + 5$ 가 세 곡선 $y = a^x$, $y = \log_a x$, $y = \log_a(x-1) - 1$ 과 만나는 점을 각각 A, B, C라 하자.

$\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 1$ 일 때, $4a^3$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, $\overline{BC} = 6$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC 위에 점 B와 점 C가 아닌 점 D를 잡고, 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이를 r_1 , 삼각형 ACD의 외접원의 반지름의 길이를 r_2 라 하자. $\frac{r_2}{r_1} = \frac{\sqrt{13}}{3}$ 일 때, 선분 AB의 길이는 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]



29. 자연수 $m (m \geq 2)$ 에 대하여 집합 A_m 을

$$A_m = \{\log_m x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$$

라 하고, 집합 B 를

$$B = \{2^k \mid k \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$$

라 하자. 집합 B 의 원소 b 에 대하여 $n(A_4 \cap A_b) = 4$ 가 되도록 하는 모든 b 의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 두 실수 a, b 와 두 함수

$$f(x) = \sin x, \quad g(x) = a \cos x + b$$

에 대하여 $0 \leq x \leq 2\pi$ 에서 정의된 함수

$$h(x) = \frac{|f(x) - g(x)| + f(x) + g(x)}{2}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $h(x)$ 의 최솟값은 $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 이다.

(나) $0 < c < \frac{\pi}{2}$ 인 어떤 실수 c 에 대하여

$$h(c) = h(c + \pi) = \frac{1}{2} \text{이다.}$$

상수 $k (k > \frac{1}{2})$ 에 대하여 방정식 $h(x) = k$ 가 서로 다른

세 실근을 가질 때, $a + 20\left(\frac{k}{b}\right)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.