

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $3^{2\sqrt{2}} \times 9^{1-\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

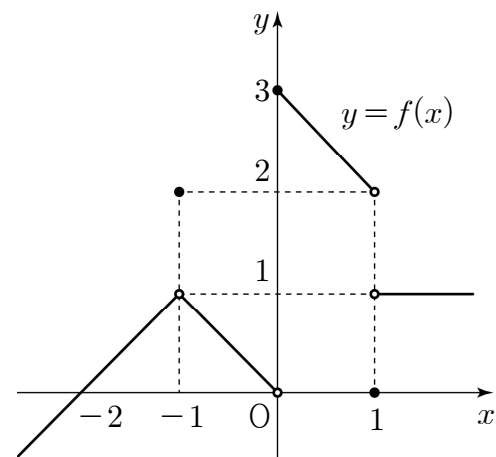
2. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = \frac{1}{2}$, $a_3 = 1$ 일 때, a_5 의 값은?
[2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 7$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & (x < 2) \\ x^2 - ax + 3 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta = \frac{4}{5}$ 일 때,
 $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - \cos(\pi + \theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{10}$ ② 1 ③ $\frac{11}{10}$ ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{13}{10}$

7. 첫째항이 $\frac{1}{2}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n < 0) \\ -2a_n + 1 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

일 때, $a_{10} + a_{20}$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 2, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = 3$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

9. 최고차항의 계수가 1 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f'(x) dx = \int_0^2 f'(x) dx = 0$$

을 만족시킬 때, $f'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

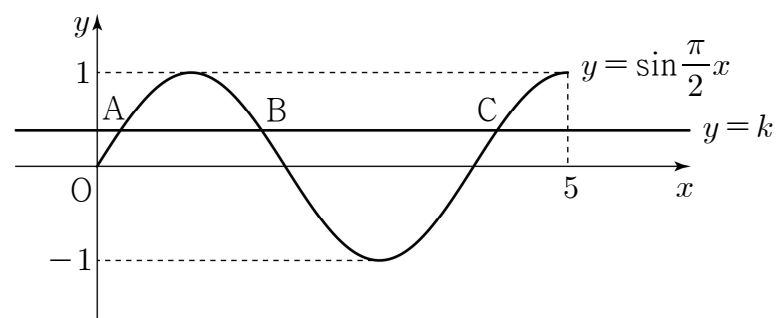
10. 곡선 $y = \sin \frac{\pi}{2} x$ ($0 \leq x \leq 5$) 가 직선 $y = k$ ($0 < k < 1$) 과

만나는 서로 다른 세 점을 y 축에서 가까운 순서대로

A, B, C 라 하자. 세 점 A, B, C 의 x 좌표의 합이 $\frac{25}{4}$ 일 때,

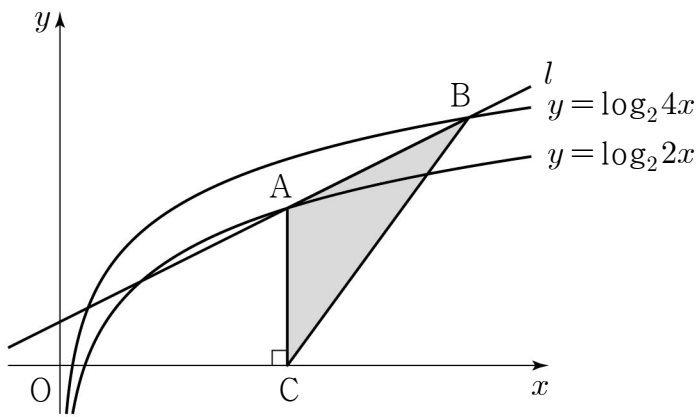
선분 AB 의 길이는? [4점]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{13}{8}$ ⑤ $\frac{7}{4}$



11. 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 2x$ 와 서로 다른 두 점에서 만날 때, 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 A라 하고, 직선 l 이 곡선 $y = \log_2 4x$ 와 만나는 두 점 중 x 좌표가 큰 점을 B라 하자. $\overline{AB} = 2\sqrt{5}$ 일 때, 점 A에서 x 축에 내린 수선의 발 C에 대하여 삼각형 ACB의 넓이는? [4점]

- ① 5 ② $\frac{21}{4}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{23}{4}$ ⑤ 6



12. 첫째항이 2인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} = S_n$$

이 성립할 때, a_{10} 의 값을 구하는 과정이다.

$n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= \sum_{k=1}^n \frac{3S_k}{k+2} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{3S_k}{k+2} = \frac{3S_n}{n+2}$$

이므로 $3S_n = (n+2) \times a_n$ ($n \geq 2$)이다.

$S_1 = a_1$ 에서 $3S_1 = 3a_1$ 이므로 $3S_n = (n+2) \times a_n$ ($n \geq 1$)이다.

$$3a_n = 3(S_n - S_{n-1})$$

$$= (n+2) \times a_n - \boxed{(가)} \times a_{n-1} \quad (n \geq 2)$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \boxed{(나)} \quad (n \geq 2)$$

따라서

$$a_{10} = a_1 \times \frac{a_2}{a_1} \times \frac{a_3}{a_2} \times \frac{a_4}{a_3} \times \dots \times \frac{a_9}{a_8} \times \frac{a_{10}}{a_9}$$

$$= \boxed{(다)}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $\frac{f(p)}{g(p)}$ 의 값은? [4점]

- ① 109 ② 112 ③ 115 ④ 118 ⑤ 121

13. 최고차항의 계수가 1 이고 $f(0)=\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x < -2) \\ f(x)+8 & (x \geq -2) \end{cases}$$

라 하자. 방정식 $g(x)=f(-2)$ 의 실근이 2 뿐일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

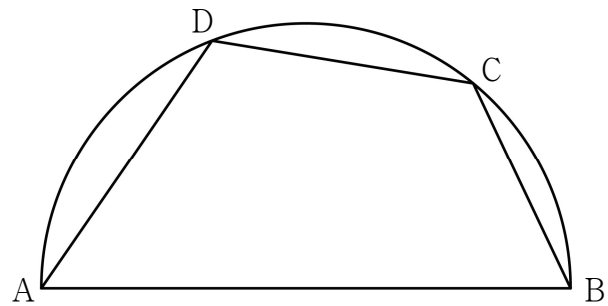
- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

14. 길이가 14인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 C를 $\overline{BC}=6$ 이 되도록 잡는다. 점 D가 호 AC 위의 점일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 점 D는 점 A와 점 C가 아닌 점이다.) [4점]

<보 기>

ㄱ. $\sin(\angle CBA)=\frac{2\sqrt{10}}{7}$
 ㄴ. $\overline{CD}=7$ 일 때, $\overline{AD}=-3+2\sqrt{30}$
 ㄷ. 사각형 ABCD의 넓이의 최댓값은 $20\sqrt{10}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



15. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x+2) & (x < 0) \\ \int_0^x tf(t)dt & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 실수 a 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = |g(x) - g(a)|$$

라 할 때, 함수 $h(x)$ 가 $x=k$ 에서 미분가능하지 않은 실수 k 의 개수가 1이 되도록 하는 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $-\frac{7\sqrt{3}}{6}$ ③ $-\sqrt{3}$
 ④ $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ⑤ $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

단답형

16. $\log_3 7 \times \log_7 9$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 2x - 1$ 이고 $f(1) = 3$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 시각 $t=0$ 일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 + 6t - a$$

이다. 시각 $t=3$ 에서의 점 P의 위치가 6일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

19. $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $2n^2 - 9n$ 의 n 제곱근 중에서 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $f(3) + f(4) + f(5) + f(6)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 극값을 갖지 않는다.
- (나) 방정식 $g'(x) = 0$ 의 모든 실근은 0, 3이다.

$\int_0^3 |f(x)| dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \sum_{k=1}^{2n} a_k = 17n$$

$$(나) |a_{n+1} - a_n| = 2n - 1$$

$a_2 = 9$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_{2n}$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 할 때, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = |f(x)| + g(x)$$

라 하자. 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 곡선 $y = h(x)$ 위의 점 $(k, 0)$ ($k \neq 0$) 에서의 접선의 방정식은 $y = 0$ 이다.

(나) 방정식 $h(x) = 0$ 의 실근 중에서 가장 큰 값은 12 이다.

$h(3) = -\frac{9}{2}$ 일 때, $k \times \{h(6) - h(11)\}$ 의 값을 구하시오.

(단, k 는 상수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^4 + 5n^2 + 5} - n^2)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{7}{4}$ ② 2 ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

24. $\int_1^e \left(\frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} \right) \ln x dx - \int_1^e \frac{2}{x^2} \ln x dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

25. 매개변수 $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = t^2 \ln t + 3t, \quad y = 6te^{t-1}$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 두 함수

$f(x), g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 가 함수 $g(x)$ 의 역함수이고,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2}{x - 2} = \frac{1}{3} \text{ 이다. 함수 } h(x) = \frac{g(x)}{f(x)} \text{ 라 할 때,}$$

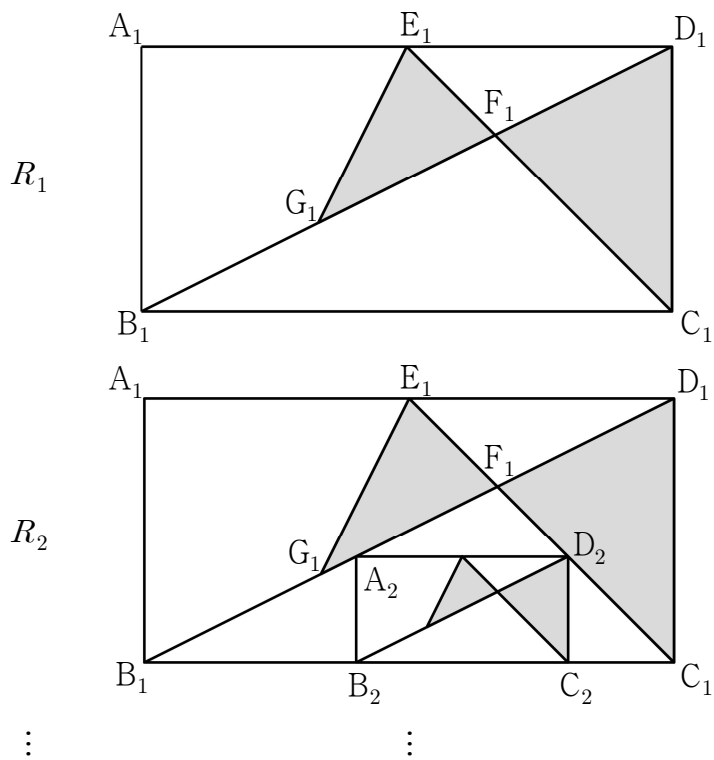
$h'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

27. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 A_1D_1 의 중점 E_1 에 대하여 두 선분 B_1D_1 , C_1E_1 이 만나는 점을 F_1 이라 하자. $\overline{G_1E_1}=\overline{G_1F_1}$ 이 되도록 선분 B_1D_1 위에 점 G_1 을 잡아 삼각형 $G_1F_1E_1$ 을 그린다. 두 삼각형 $C_1D_1F_1$, $G_1F_1E_1$ 로 만들어진 \sphericalangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 B_1F_1 위의 점 A_2 , 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2 , C_2 , 선분 C_1F_1 위의 점 D_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}:\overline{B_2C_2}=1:2$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 \sphericalangle 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{23}{42}$ ② $\frac{25}{42}$ ③ $\frac{9}{14}$ ④ $\frac{29}{42}$ ⑤ $\frac{31}{42}$

28. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(-x)=f(x)$
- (나) $f(x+2)=f(x)$

$\int_{-1}^5 f(x)(x + \cos 2\pi x) dx = \frac{47}{2}$, $\int_0^1 f(x) dx = 2$ 일 때,

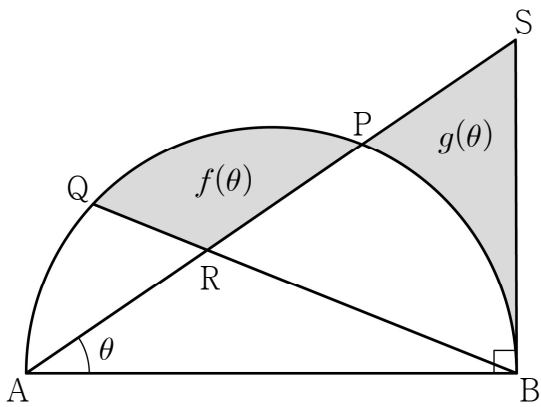
$\int_0^1 f'(x) \sin 2\pi x dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{5}{12}\pi$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 호 AP 위에 점 Q를 호 PB와 호 PQ의 길이가 같도록 잡을 때, 두 선분 AP, BQ가 만나는 점을 R라 하고 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 AP와 만나는 점을 S라 하자. $\angle BAP = \theta$ 라 할 때, 두 선분 PR, QR와 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 PS, BS와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



30. 최고차항의 계수가 3보다 크고 실수 전체의 집합에서 최솟값이 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = e^x f(x)$$

이다. 양수 k 에 대하여 집합 $\{x \mid g(x) = k, x \text{는 실수}\}$ 의 모든 원소의 합을 $h(k)$ 라 할 때, 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $h(k)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $h(k)$ 가 $k=t$ 에서 불연속인 t 의 개수는 1이다.
- (나) $\lim_{k \rightarrow 3e^+} h(k) - \lim_{k \rightarrow 3e^-} h(k) = 2$

$g(-6) \times g(2)$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 e^x = 0$) [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 - 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.