

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $3^{-2} \times 9^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. $\log_2 48 - \log_2 3$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

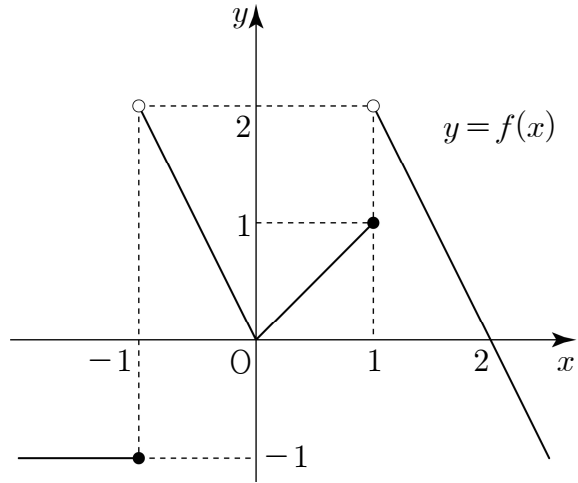
3. 함수 $y = \cos \frac{x}{3}$ 의 주기는? [2점]

- ① 2π ② 3π ③ 4π ④ 5π ⑤ 6π

4. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 \times a_6 = 64$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

6. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\cos\theta \times \tan\theta = \frac{3}{5}$ 이 성립할 때,
 $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

7. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_6 = 25, \quad a_8 = 23$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

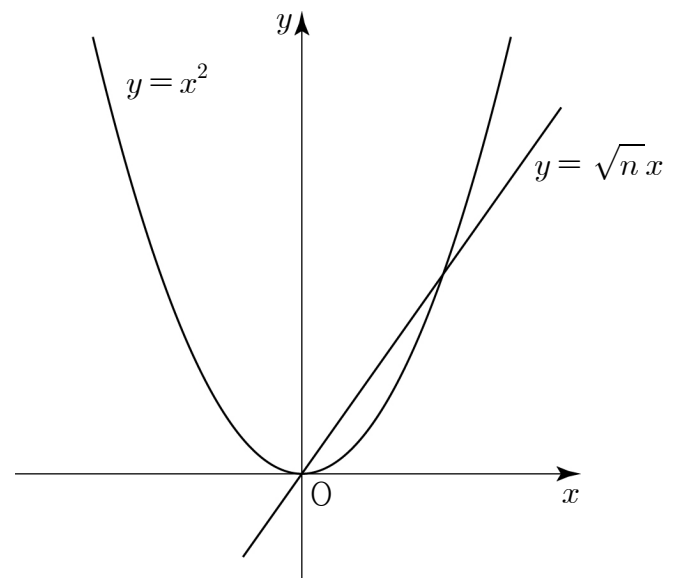
8. 함수 $y=3^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프는 점 $(7, 5)$ 를 지나고, 점근선의 방정식이 $y=2$ 이다. $m+n$ 의 값은?
(단, m, n 은 상수이다.) [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

10. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 과 직선 $y=\sqrt{n}x$ 가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(n)$ 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{\{f(n)\}^2}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{9}{11}$ ② $\frac{19}{22}$ ③ $\frac{10}{11}$ ④ $\frac{21}{22}$ ⑤ 1



9. $\overline{AB}=\overline{AC}=2$ 인 삼각형 ABC 에서 $\angle BAC=\theta$ ($0 < \theta < \pi$)라 하자. 삼각형 ABC 의 넓이가 1보다 크도록 하는 모든 θ 의 값의 범위가 $\alpha < \theta < \beta$ 일 때, $2\alpha+\beta$ 의 값은? [3점]

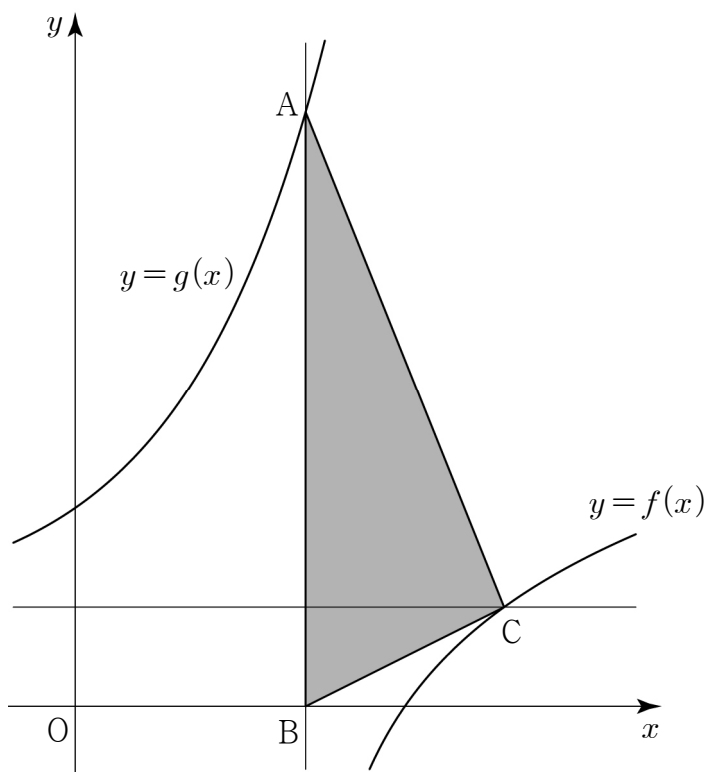
- ① $\frac{7}{6}\pi$ ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ $\frac{5}{3}\pi$ ⑤ $\frac{11}{6}\pi$

11. 양수 p 에 대하여 두 함수

$$f(x) = \log_2(x-p), \quad g(x) = 2^x + 1$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$ 의 점근선이 곡선 $y=g(x)$, x 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 곡선 $y=g(x)$ 의 점근선이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점을 C 라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 6일 때, p 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\log_2 5$ ③ $\log_2 6$ ④ $\log_2 7$ ⑤ 3



12. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \log_2 a_n & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ 2^{a_n+1} & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_8 = 5$ 일 때, $a_6 + a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

13. 반지름의 길이가 2 이고 중심각의 크기가 θ 인 부채꼴이 있다.
 θ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 이 부채꼴의 넓이는? [3점]

(가) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$
 (나) 각의 크기 θ 를 나타내는 동경과 각의 크기 8θ 를 나타내는 동경이 일치한다.

- ① $\frac{3}{7}\pi$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{4}{7}\pi$ ④ $\frac{9}{14}\pi$ ⑤ $\frac{5}{7}\pi$

14. $0 \leq x \leq 5$ 에서 함수

$$f(x) = \log_3(x^2 - 6x + k) \quad (k > 9)$$

의 최댓값과 최솟값의 합이 $2 + \log_3 4$ 가 되도록 하는 상수 k 의 값은? [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

15. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $(2n-5)(2n-9)$ 의 n 제곱근 중
 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 하자. $\sum_{n=2}^8 f(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

16. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$ 이라 할 때,

다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = \frac{n(n+1)}{4}(2a_{n+1} - 1) \cdots (\star)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$ 일 때,

$$(\text{좌변}) = a_1, (\text{우변}) = a_2 - \boxed{\text{(가)}} = 1 = a_1$$

이므로 (\star) 이 성립한다.

(ii) $n=m$ 일 때, (\star) 이 성립한다고 가정하면

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + ma_m = \frac{m(m+1)}{4}(2a_{m+1} - 1)$$

이다.

$n=m+1$ 일 때, (\star) 이 성립함을 보이자.

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + ma_m + (m+1)a_{m+1}$$

$$= \frac{m(m+1)}{4}(2a_{m+1} - 1) + (m+1)a_{m+1}$$

$$= (m+1)a_{m+1} \left(\boxed{\text{(나)}} + 1 \right) - \frac{m(m+1)}{4}$$

$$= \frac{(m+1)(m+2)}{2} \left(a_{m+2} - \boxed{\text{(다)}} \right) - \frac{m(m+1)}{4}$$

$$= \frac{(m+1)(m+2)}{4}(2a_{m+2} - 1)$$

따라서 $n=m+1$ 일 때도 (\star) 이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = \frac{n(n+1)}{4}(2a_{n+1} - 1)$$

이 성립한다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p , (나), (다)에 알맞은 식을 각각

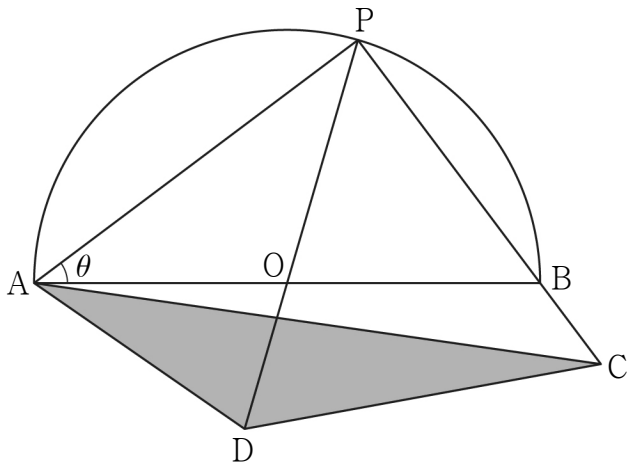
$f(m)$, $g(m)$ 이라 할 때, $p + \frac{f(5)}{g(3)}$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

17. 자연수 n 에 대하여 $0 \leq x \leq 2^{n+1}$ 에서
 함수 $y = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2^n}x\right)$ 의 그래프가 직선 $y = \frac{1}{n}$ 과 만나는
 모든 점의 x 좌표의 합을 x_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^6 x_n$ 의 값은? [4점]
- ① 122 ② 126 ③ 130 ④ 134 ⑤ 138

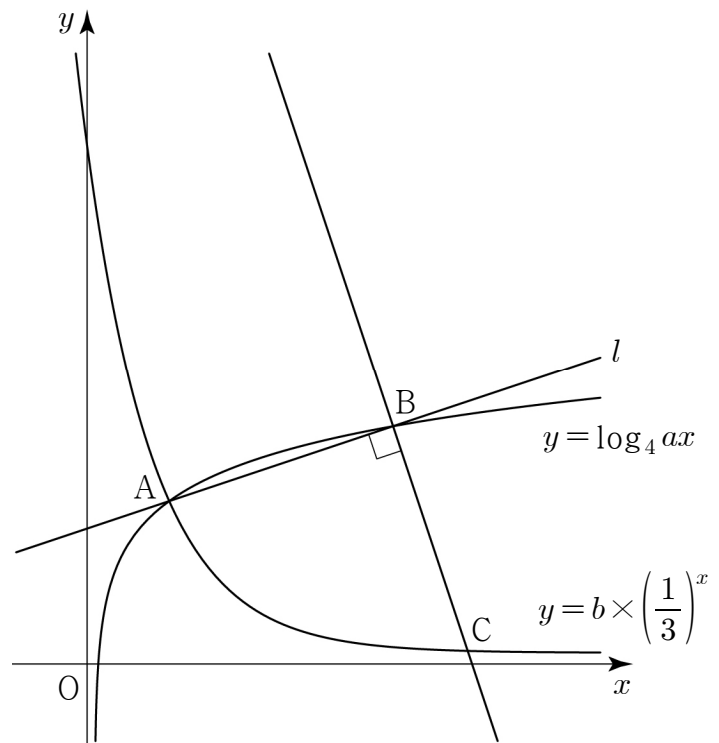
18. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 은 $a_1 = 1, b_1 = -1$ 이고,
 모든 자연수 n 에 대하여
- $$a_{n+1} = a_n + b_n, \quad b_{n+1} = 2 \cos \frac{a_n}{3} \pi$$
- 를 만족시킨다. $a_{2021} - b_{2021}$ 의 값은? [4점]
- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

19. 중심이 O이고 길이가 10인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있다. 그림과 같이 선분 PB의 연장선 위에 $\overline{PA}=\overline{PC}$ 인 점 C를 잡고, 선분 PO의 연장선 위에 $\overline{PA}=\overline{PD}$ 인 점 D를 잡는다. $\angle PAB=\theta$ 에 대하여 $4\sin\theta=3\cos\theta$ 일 때, 삼각형 ADC의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{63}{5}$ ② $\frac{127}{10}$ ③ $\frac{64}{5}$ ④ $\frac{129}{10}$ ⑤ 13

20. 그림과 같이 기울기가 $\frac{1}{3}$ 인 직선 l 이 곡선 $y=\log_4 ax$ 와 서로 다른 두 점 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 에서 만나고, 곡선 $y=b\times\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 이 점 A를 지난다. 점 B를 지나고 직선 l 에 수직인 직선이 곡선 $y=b\times\left(\frac{1}{3}\right)^x$ 과 만나는 점을 $C(x_3, y_3)$ 이라 하자. $\overline{AB}=\overline{BC}=\sqrt{10}$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 양수이고 $x_1 < x_2 < x_3$ 이다.) [4점]



< 보 기 >

ㄱ. $x_2 - x_1 = 3$ ㄴ. $x_3 - x_1 = 2(y_1 - y_3)$ ㄷ. $a^2 = 4^b$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 첫째항이 b (b 는 자연수)이고 공차가 -4 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

있다. 모든 자연수 n 에 대하여 $\left| \sum_{k=1}^n a_k \right| \geq 14$ 를 만족시키는

모든 b 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때,

m 번째 수를 b_m 이라 하자. $\sum_{m=1}^{10} b_m$ 의 값은? [4점]

- ① 345 ② 350 ③ 355 ④ 360 ⑤ 365

단 답 형

22. $10 \cos \frac{5}{3} \pi$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $-4 \leq x \leq -2$ 에서 정의된 함수 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

24. 1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여

$$\log_9 \sqrt{a} = \log_3 b$$

일 때, $50 \times \log_b \sqrt{a}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} a_n^2 = 10, \quad \sum_{n=1}^{10} a_n(2b_n - 3a_n) = 16$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n(6a_n + 7b_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{2x^2} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3}{(x-1)(x-2)} = 4$$

를 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 부등식

$$\log|x-1| + \log(x+2) \leq 1$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합을 구하시오. [4점]

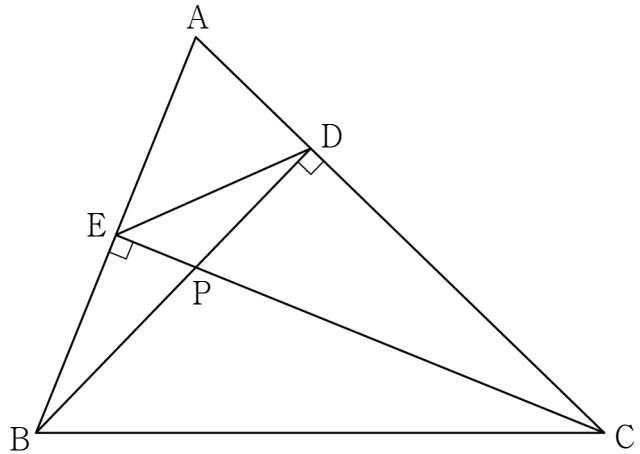
28. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $S_{2n-1} = 1$
- (나) 수열 $\{a_n a_{n+1}\}$ 은 등비수열이다.

$S_{10} = 33$ 일 때, S_{18} 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{AC}=4$ 인 예각삼각형 ABC가 있다. 점 B에서 변 AC에 내린 수선의 발을 D, 점 C에서 변 AB에 내린 수선의 발을 E라 하고, 두 선분 BD, CE의 교점을 P라 하자. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이와 삼각형 ADE의 외접원의 넓이의 차가 4π 일 때, 삼각형 PDE의 외접원의 넓이는 $a\pi$ 이다. $55a$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

[4점]



30. 세 실수 $a(a \neq 0)$, b , k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + (2b-3)x + a^2 - 3 & (x < k) \\ -\frac{1}{3}ax^2 + (b+5)x + a^2 - 1 & (x \geq k) \end{cases}$$

라 하자. 함수

$$g(x) = \lim_{t \rightarrow x^+} \frac{|f(t)|}{f(t)} - \lim_{t \rightarrow x^-} \frac{|f(t)|}{f(t)}$$

에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 임의의 실수 α 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \alpha} f(x)$ 가 존재한다.
- (나) 두 함수 $y = g(x)$ 와 $y = -4 \left| \log_2 \frac{x}{2} \right| + 2$ 의 그래프의 서로 다른 교점의 개수는 5이다.

$k = p + q\sqrt{17}$ 일 때, $16(p+q)$ 의 값을 구하시오. (단, p , q 는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.