제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1. $\log_2 \sqrt{8}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2. ${}_4\Pi_2 + {}_4H_2$ 의 값은? [2점]

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

3. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A|B) = \frac{2}{3},\ \mathrm{P}(A \cap B) = \frac{2}{15}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

4. 함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$일 때, $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$ 의 값은? [3점]

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

5. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1+a_2+a_3=15,\ a_3+a_4+a_5=39$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$의 공차는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

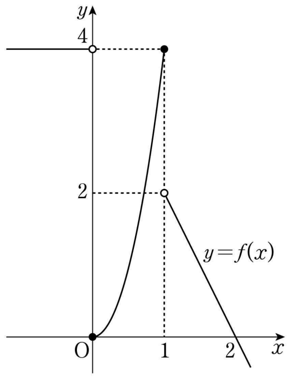
6. ${}_4\mathrm{C}_0+{}_4\mathrm{C}_1\times3+{}_4\mathrm{C}_2\times3^2+{}_4\mathrm{C}_3\times3^3+{}_4\mathrm{C}_4\times3^4$의 값은? [3점]

① 240 ② 244 ③ 248 ④ 252 ⑤ 256

7. $0\le x<2\pi$일 때, 두 함수 $y=\sin x$와 $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+1$의 그래프가 만나는 모든 점의 x좌표의 합은? [3점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

8. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to 1+} f(x) - \lim_{x \to 0-} \frac{f(x)}{x-1}$ 의 값은? [3점]

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

9. 한 개의 동전을 6번 던져서 앞면이 2번 이상 나올 확률은? [3점]

① $\frac{51}{64}$ ② $\frac{53}{64}$ ③ $\frac{55}{64}$ ④ $\frac{57}{64}$ ⑤ $\frac{59}{64}$

10. 양수 a에 대하여 곡선 $y=x^2$과 직선 $y=ax$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{a^3}{12}$ ② $\frac{a^3}{8}$ ③ $\frac{a^3}{6}$ ④ $\frac{a^3}{4}$ ⑤ $\frac{a^3}{3}$

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x = t^3 + kt^2 + kt \ \ (k\text{는 상수})$$

이다. 시각 $t=1$에서 점 P가 운동 방향을 바꿀 때, 시각 $t=2$에서 점 P의 가속도는? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

12. 어느 제과 공장에서 생산하는 과자 1상자의 무게는 평균이 104g, 표준편차가 4g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 과자 중 임의추출한 4상자의 무게의 표본평균이 ag 이상이고 106g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면 0.5328이다. 상수 a의 값은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

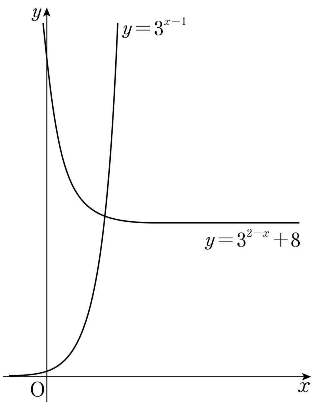
① 99 ② 100 ③ 101 ④ 102 ⑤ 103

13. 실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 곡선 $y=3^{2-x}+8$과 만나는 점을 A, x축과 만나는 점을 B라 하자.

직선 $x=t+1$이 x축과 만나는 점을 C, 곡선 $y=3^{x-1}$과 만나는 점을 D라 하자.

사각형 ABCD가 직사각형일 때, 이 사각형의 넓이는? [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13



14. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_5=5$이고 $\sum_{k=3}^{7}|2a_k-10|=20$이다. a_6의 값은? [4점]

① 6 ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{22}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{26}{3}$

15. 이산확률변수 X가 가지는 값은 1, 2, 3, 4이고
이산확률변수 Y가 가지는 값은 1, 4, 9, 16이고

$$\mathrm{P}(X=k)=\mathrm{P}(Y=k^2)\ (k=1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

이다. $\mathrm{E}(X)=6$, $\mathrm{V}(X)=1$일 때, $\mathrm{E}(Y)$의 값은? [4점]

① 33 ② 34 ③ 35 ④ 36 ⑤ 37

16. 다항함수 $f(x)$의 한 부정적분 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=2x+2\int_0^1 g(t)\,dt$

(나) $g(0)-\int_0^1 g(t)\,dt=\frac{2}{3}$

$g(1)$의 값은? [4점]

① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

17. $f(1)=-2$인 다항함수 $f(x)$에 대하여 일차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)g(x)+4}{x-1}=8$

(나) $g(0)=g'(0)$

$f'(1)$의 값은? [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

18. 3 이상의 자연수 n에 대하여 집합

$$A_n=\{(p, q)\mid p<q\text{이고 } p,\ q\text{는 } n \text{ 이하의 자연수}\}$$

이다. 집합 A_n의 모든 원소 (p, q)에 대하여 q의 값의 평균을 a_n이라 하자. 다음은 3 이상의 자연수 n에 대하여 $a_n=\frac{2n+2}{3}$ 임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=3$일 때, $A_3=\{(1, 2), (1, 3), (2, 3)\}$이므로

$a_3=\frac{2+3+3}{3}=\frac{8}{3}$이고 $\frac{2\times3+2}{3}=\frac{8}{3}$이다.

그러므로 $a_n=\frac{2n+2}{3}$가 성립한다.

(ii) $n=k\ (k\ge 3)$일 때, $a_k=\frac{2k+2}{3}$가 성립한다고 가정하자. $n=k+1$일 때,

$A_{k+1}=A_k\cup\{(1, k+1), (2, k+1), \cdots, (k, k+1)\}$

이고 집합 A_k의 원소의 개수는 $\boxed{(가)}$이므로

$$a_{k+1}=\frac{\boxed{(가)}\times\frac{2k+2}{3}+\boxed{(나)}}{{}_{k+1}\mathrm{C}_2}$$

$$=\frac{2k+4}{3}=\frac{2(k+1)+2}{3}$$

이다. 따라서 $n=k+1$일 때도 $a_n=\frac{2n+2}{3}$가 성립한다.

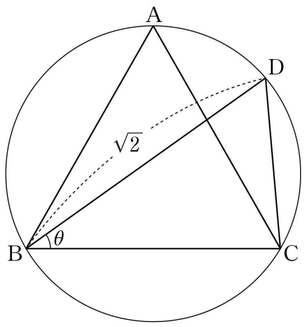
(i), (ii)에 의하여 3 이상의 자연수 n에 대하여 $a_n=\frac{2n+2}{3}$이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 할 때, $f(10)+g(9)$의 값은? [4점]

① 131 ② 133 ③ 135 ④ 137 ⑤ 139

19. 정삼각형 ABC가 반지름의 길이가 r인 원에 내접하고 있다. 선분 AC와 선분 BD가 만나고 $\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{2}$가 되도록 원 위에서 점 D를 잡는다. $\angle \mathrm{DBC}=\theta$라 할 때, $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이다. 반지름의 길이 r의 값은? [4점]

① $\dfrac{6-\sqrt{6}}{5}$ ② $\dfrac{6-\sqrt{5}}{5}$ ③ $\dfrac{4}{5}$ ④ $\dfrac{6-\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\dfrac{6-\sqrt{2}}{5}$



20. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt-xf(x)$$

라 하자. 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\le g(3)$이고 함수 $g(x)$는 오직 1개의 극값만 가진다. $\int_0^1 g'(x)\,dx$의 값은? [4점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

21. 두 곡선 $y=2^{-x}$과 $y=|\log_2 x|$가 만나는 두 점을 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 하자. $x_1 < x_2$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $\frac{1}{2} < x_1 < \frac{\sqrt{2}}{2}$

ㄴ. $\sqrt[3]{2} < x_2 < \sqrt{2}$

ㄷ. $y_1 - y_2 < \frac{3\sqrt{2}-2}{6}$

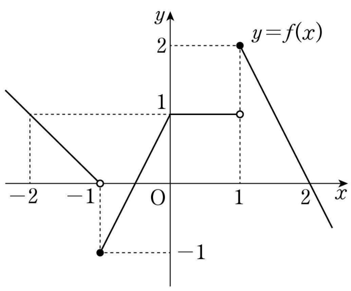
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

22. $\int_0^3 x^2 dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{2}\right)$을 따르는 확률변수 X에 대하여 $\mathrm{V}(2X+1)=15$일 때, n의 값을 구하시오. [3점]

24. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)=f(x)g(x)$가 구간 $(-2,\ 2)$에서 연속일 때, $g(5)$의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x)=(1+x^4+x^8+x^{12})(1+x+x^2+x^3)$일 때, $\dfrac{f(2)}{\{f(1)-1\}\{f(1)+1\}}$의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $y=\tan\left(nx-\dfrac{\pi}{2}\right)$의 그래프가 직선 $y=-x$와 만나는 점의 x좌표가 구간 $(-\pi,\ \pi)$에 속하는 점의 개수를 a_n이라 할 때, a_2+a_3의 값을 구하시오. [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $a+b+c=14$
> (나) $(a-2)(b-2)(c-2)\neq 0$

28. 함수 $f(x)=2x^3-3(a+1)x^2+6ax$에 대하여 방정식 $f(x)=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 자연수 a의 값을 가장 작은 수부터 차례대로 나열할 때 n번째 수를 a_n이라 하자. $a=a_n$일 때, $f(x)$의 극댓값을 b_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{10}(b_n-a_n)$의 값을 구하시오. [4점]

29. A, B 두 사람이 각각 4개씩 공을 가지고 다음 시행을 한다.

A, B 두 사람이 주사위를 한 번씩 던져 나온 눈의 수가 짝수인 사람은 상대방으로부터 공을 한 개 받는다.

각 시행 후 A가 가진 공의 개수를 세었을 때, 4번째 시행 후 센 공의 개수가 처음으로 6이 될 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 함수 $f(x)=\begin{cases}-3x^2 & (x<1)\\ 2(x-3) & (x\ge 1)\end{cases}$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x (t-1)f(t)\,dt$$

라 할 때, 실수 t에 대하여 직선 $y=t$와 곡선 $y=g(x)$가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(t)$라 하자.
$\left|\lim_{t\to a+}h(t)-\lim_{t\to a-}h(t)\right|=2$를 만족시키는 모든 실수 a에 대하여 $|a|$의 값의 합을 S라 할 때, $30S$의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.