2020학년도 11월 고1 전국연합학력평가
정답 및 해설

• 2교시 수학 영역 •

1	④	**2**	④	**3**	③	**4**	⑤	**5**	①
6	③	**7**	⑤	**8**	④	**9**	②	**10**	②
11	②	**12**	③	**13**	①	**14**	⑤	**15**	③
16	②	**17**	⑤	**18**	①	**19**	②	**20**	④
21	③	**22**	3	**23**	7	**24**	5	**25**	160
26	14	**27**	17	**28**	6	**29**	63	**30**	64

1. [출제의도] 다항식 계산하기

$A+B=(x^2+y^2-1)+(2x^2-y^2+3)=3x^2+2$

2. [출제의도] 복소수 계산하기

$z=3+2i$에서 $\bar{z}=3-2i$

$z-\bar{z}=(3+2i)-(3-2i)=4i$

3. [출제의도] 집합 이해하기

$A^C=\{3,\ 4,\ 5\}$이므로 $n(A^C)=3$

4. [출제의도] 이차함수 이해하기

이차함수 $y=x^2-2x+9=(x-1)^2+8$이므로

$x=1$에서 최솟값은 8

5. [출제의도] 근과 계수의 관계 이해하기

이차방정식 $x^2+2x+a=0$의 두 근이 -3, b이므로

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$-3+b=-2$, $(-3)\times b=a$

$a=-3$, $b=1$

따라서 $a+b=-2$

6. [출제의도] 항등식 이해하기

모든 실수 x에 대하여 등식이 성립하므로

등식 $(x+2)^3=ax^3+bx^2+cx+d$의 양변에

$x=1$을 대입하면 $a+b+c+d=27$

7. [출제의도] 외분점 계산하기

선분 OA를 $2:1$로 외분하는 점의 좌표는

$\left(\dfrac{2\times3-1\times0}{2-1},\ \dfrac{2\times1-1\times0}{2-1}\right)$이므로 $a=6$, $b=2$

따라서 $a\times b=12$

8. [출제의도] 원의 방정식 이해하기

$x^2+y^2-4x-2ay-19=0$에서

$(x-2)^2+(y-a)^2=a^2+23$

직선 $y=2x+3$이 원의 중심 $(2,\ a)$를 지나므로

$a=7$

9. [출제의도] 연립이차방정식 이해하기

$\begin{cases}2x+y=1 & \cdots\cdots ㉠\\ x^2-ky=-6 & \cdots\cdots ㉡\end{cases}$

㉠, ㉡에서

$x^2-k(1-2x)=-6$, $x^2+2kx+6-k=0$

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지므로

이차방정식 $x^2+2kx+6-k=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(2k)^2-4(6-k)=0$, $k^2+k-6=0$

$k=2$ 또는 $k=-3$

k가 양수이므로 $k=2$

10. [출제의도] 인수분해 이해하기

나무 블록의 부피는

$x^2(x+3)-1^3\times2=x^3+3x^2-2$

조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 3 & 0 & -2 \\ & & -1 & -2 & 2 \\ \hline & 1 & 2 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

$x^3+3x^2-2=(x+1)(x^2+2x-2)$

$a=1$, $b=2$, $c=-2$

따라서 $a\times b\times c=-4$

11. [출제의도] 명제 이해하기

모든 실수 x에 대하여 $x^2-2ax+4a-4\ge0$이므로

이차방정식 $x^2-2ax+4a-4=0$의 판별식을 D라 하면

$D=(-2a)^2-4(4a-4)\le0$, $(a-2)^2\le0$

따라서 $a=2$

12. [출제의도] 절댓값을 포함한 부등식 이해하기

부등식 $|x-7|\le a+1$에서

$-(a+1)\le x-7\le a+1$

$-a+6\le x\le a+8$

$-a+6$, $a+8$이 정수이므로 모든 정수 x의 개수는

$(a+8)-(-a+6)+1=2a+3$

모든 정수 x의 개수가 9이므로 $a=3$

13. [출제의도] 나머지정리 이해하기

다항식 $f(x+3)$을 $(x+2)(x-1)$로 나눈 몫을

$Q(x)$라 하면

$f(x+3)=(x+2)(x-1)Q(x)+3x+8$ …… ㉠

나머지정리에 의하여 $f(x^2)$을 $x+2$로 나눈

나머지는 $f(4)$이므로

㉠에 $x=1$을 대입하면 $f(4)=11$

14. [출제의도] 도형의 이동을 활용하여 문제해결하기

점 B가 직선 $y=-x+2$ 위의 점이므로

점 B의 좌표는 $(a,\ -a+2)$이다.

점 A를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 A′이라 하면

$\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{A'C}}+\overline{\mathrm{BC}}\ge\overline{\mathrm{A'B}}$이고

$\overline{\mathrm{A'B}}$가 최소일 때 $\overline{\mathrm{A'B}}^2$도 최소이므로

$\overline{\mathrm{A'B}}^2=a^2+(-a+3)^2$

$=2a^2-6a+9$

$=2\left(a-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{9}{2}$

$0<a<2$이므로

$a=\dfrac{3}{2}$에서 $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}$의 값은 최소이다.

$b=-a+2=\dfrac{1}{2}$

따라서 $a^2+b^2=\dfrac{9}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{2}$

15. [출제의도] 인수정리 이해하기

$x^3+1-f(x)=(x+1)(x+a)^2$ …… ㉠

에서 다항식 $x^3+1-f(x)$가 일차식 $x+1$로

나누어떨어지므로 인수정리에 의하여

$(-1)^3+1-f(-1)=0$, $f(-1)=0$

$f(x)=k(x+1)$ (k는 0이 아닌 상수)이다.

$x^3+1-f(x)=x^3+1-k(x+1)$

$=(x+1)(x^2-x+1-k)$

㉠에서 $x^2-x+1-k=(x+a)^2$

$a=-\dfrac{1}{2}$, $k=\dfrac{3}{4}$

$f(x)=\dfrac{3}{4}(x+1)$

따라서 $f(7)=6$

16. [출제의도] 절대부등식을 활용하여 문제해결하기

직선 OP의 기울기는 $\dfrac{b}{a}$이므로

점 P를 지나고 직선 OP에 수직인 직선의 방정식은

$y=-\dfrac{a}{b}(x-a)+b$, 점 Q의 좌표는 $\left(0,\ b+\dfrac{a^2}{b}\right)$

$a>0$, $b>0$이므로 삼각형 OQR의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{a}\times\left(b+\dfrac{a^2}{b}\right)=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}\right)$

$\ge\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{\dfrac{b}{a}\times\dfrac{a}{b}}=1$

(단, 등호는 $a=b$일 때 성립한다.)

따라서 삼각형 OQR의 넓이의 최솟값은 1

17. [출제의도] 점과 직선 사이의 거리를 이용하여 추론하기

점 O에서 직선 l에 내린 수선의 발을 H라 하면

선분 OH의 길이는 점 O와 직선 l 사이의

거리이므로

$\overline{\mathrm{OH}}=\dfrac{|2\times0-2\times0+\sqrt{6}r|}{\sqrt{2^2+2^2}}=\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}r}$

삼각형 OAB에서 $\overline{\mathrm{OA}}=r$이고, $\overline{\mathrm{OH}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}r$이므로

삼각형 OAB는 정삼각형이다.

따라서 삼각형 OAB의 넓이는 $\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{4}r^2}$이다.

$S(r)$는 부채꼴 OAB의 넓이와 삼각형 OAB의

넓이의 차이므로

$S(r)=\pi r^2\times\dfrac{60^\circ}{360^\circ}-\dfrac{\sqrt{3}}{4}r^2$

$=\pi r^2\times\left(\boxed{\dfrac{1}{6}}\right)-\boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{4}r^2}$

$f(r)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}r$, $g(r)=\dfrac{\sqrt{3}}{4}r^2$, $k=\dfrac{1}{6}$이므로

$f\left(\dfrac{1}{k}\right)\times g\left(\dfrac{1}{k}\right)=81$

18. [출제의도] 직선의 방정식을 활용하여 문제해결하기

조건 (가)에서

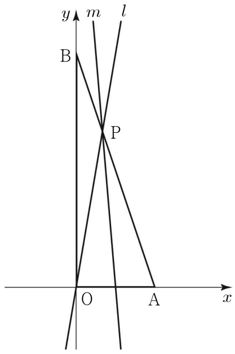
직선 l이 삼각형 OAB의 점 O를 지나므로

조건 (나), (다)에서

점 P는 선분 AB를 $2:1$ 또는 $1:2$로

내분하는 점이어야 한다.

(i) 점 P가 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점일 때



점 P의 좌표는 $\left(\frac{2}{3}, 4\right)$이므로

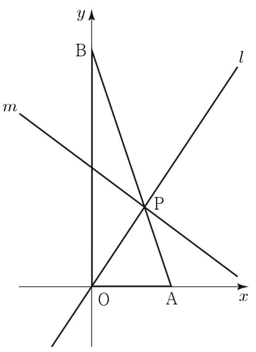
직선 l의 기울기는 $\dfrac{4-0}{\frac{2}{3}-0}=6$

조건 (다)에서
직선 m은 삼각형 OAP의 넓이를 이등분하여야 하므로 선분 OA의 중점 $(1, 0)$을 지난다.

직선 m의 기울기는 $\dfrac{4-0}{\frac{2}{3}-1}=-12$

두 직선 l, m의 기울기의 합은 -6

(ii) 점 P가 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점일 때



점 P의 좌표는 $\left(\frac{4}{3}, 2\right)$이므로

직선 l의 기울기는 $\dfrac{2-0}{\frac{4}{3}-0}=\dfrac{3}{2}$

조건 (다)에서
직선 m은 삼각형 OPB의 넓이를 이등분하여야 하므로 선분 OB의 중점 $(0, 3)$을 지난다.

직선 m의 기울기는 $\dfrac{2-3}{\frac{4}{3}-0}=-\dfrac{3}{4}$

두 직선 l, m의 기울기의 합은 $\dfrac{3}{4}$

(i), (ii)에 의하여 두 직선 l, m의 기울기의 합의 최댓값은 $\dfrac{3}{4}$

19. [출제의도] 곱셈공식을 활용하여 문제해결하기

$\angle HPI=90^{\circ}$이므로 $\overline{HI}=\overline{OP}$에서 $\overline{HI}=4$이다.

$\overline{PH}=x$, $\overline{PI}=y$라 하면 삼각형 PIH에서

$x^2+y^2=16$ …… ㉠

삼각형 PIH의 내접원의 반지름의 길이를 r라 하면

$\pi r^2=\dfrac{\pi}{4}$에서 $r=\dfrac{1}{2}$

삼각형 PIH의 넓이는 $\dfrac{1}{2}xy=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{2}\times(x+y+4)$

$xy=\dfrac{1}{2}(x+y+4)$에서

$x+y=2(xy-2)$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

$4(xy-2)^2-2xy=16$, $xy(2xy-9)=0$

$xy\neq 0$이므로 $xy=\dfrac{9}{2}$ …… ㉢

㉡, ㉢에서 $x+y=5$

$$\begin{aligned}\overline{PH}^3+\overline{PI}^3&=x^3+y^3\\&=(x+y)^3-3xy(x+y)\\&=5^3-3\times\frac{9}{2}\times 5\\&=\frac{115}{2}\end{aligned}$$

20. [출제의도] 원의 접선의 방정식을 활용하여 문제해결하기

점 P의 좌표를 (x_1, y_1)이라 하면

원 C 위의 점 P에서의 접선의 방정식은

$x_1x+y_1y=4$이므로 점 B의 좌표는 $\left(\dfrac{4}{x_1}, 0\right)$

점 H의 x좌표는 x_1이고 $2\overline{AH}=\overline{HB}$에서

$2(x_1+2)=\dfrac{4}{x_1}-x_1$

$3{x_1}^2+4x_1-4=0$

$(x_1+2)(3x_1-2)=0$

$x_1>0$이므로 $x_1=\dfrac{2}{3}$에서 $B(6, 0)$

점 P는 원 C 위의 점이므로

${x_1}^2+{y_1}^2=4$에서 $P\left(\dfrac{2}{3}, \dfrac{4\sqrt{2}}{3}\right)$

따라서 삼각형 PAB의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times 8\times\dfrac{4\sqrt{2}}{3}=\dfrac{16\sqrt{2}}{3}$

21. [출제의도] 집합의 성질을 이용하여 추론하기

ㄱ. $A_1\cap A_2\cap A_3$
$=\{x|0\le x\le 2\}\cap\{x|1\le x\le 3\}\cap\{x|2\le x\le 4\}$
$=\{2\}$ (참)

ㄴ. $|l-m|\le 2$를 만족시키는
9 이하의 두 자연수 l, m에 대하여 $l\le m$이라 하여도 일반성을 잃지 않는다.

(i) $|l-m|=0$일 때
$m=l$이고 $A_l\cap A_m=A_l\neq\varnothing$

(ii) $|l-m|=1$일 때
$m=l+1$이고
$A_l\cap A_m=A_l\cap A_{l+1}$
$=\{x|l\le x\le l+1\}\neq\varnothing$

(iii) $|l-m|=2$일 때
$m=l+2$이고
$A_l\cap A_m=A_l\cap A_{l+2}$
$=\{l+1\}\neq\varnothing$

(i), (ii), (iii)에 의하여
9 이하의 두 자연수 l, m에 대하여
$|l-m|\le 2$이면 두 집합 A_l과 A_m은 서로소가 아니다. (참)

ㄷ. 9 이하인 자연수 n에 대하여
집합 $\{p\}(n-1\le p\le n+1)$이 $\{p\}\cap A_n\neq\varnothing$을 만족시키므로 집합 $\{p\}$는 A_n과 서로소가 아니고 원소의 개수가 최소인 집합이다.
8 이하인 자연수 n에 대하여
$A_n\cap A_{n+1}=\{x|n\le x\le n+1\}$이고
집합 $\{p\}(n\le p\le n+1)$이
$\{p\}\cap(A_n\cap A_{n+1})\neq\varnothing$을 만족시키므로
집합 $\{p\}$는 A_n, A_{n+1}과 서로소가 아니고 원소의 개수가 최소인 집합이다.
7 이하인 자연수 n에 대하여
$A_n\cap A_{n+1}\cap A_{n+2}=\{n+1\}$이고
$\{n+1\}\cap(A_n\cap A_{n+1}\cap A_{n+2})\neq\varnothing$이므로
집합 $\{n+1\}$은
A_n, A_{n+1}, A_{n+2}와 서로소가 아니고 원소의 개수가 최소인 집합이다.
6 이하인 자연수 n에 대하여
$A_n\cap A_{n+1}\cap A_{n+2}\cap A_{n+3}=\varnothing$이므로
A_n, A_{n+1}, A_{n+2}, A_{n+3}과 서로소가 아닌 집합 중 원소의 개수가 1인 집합은 존재하지 않는다.

$A_1\cap A_2\cap A_3=\{2\}$,
$A_2\cap A_3\cap A_4=\{3\}$,
$A_3\cap A_4\cap A_5=\{4\}$,
$\vdots$
$A_7\cap A_8\cap A_9=\{8\}$

$X=\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$이라 하면 집합 X는 모든 A_k와 서로소가 아니다.
모든 A_k와 서로소가 아니고 원소가 유한개인 집합 중 원소의 개수가 최소인 집합을 B라 하면 $B\subset X$

$2\notin B$이면 $A_1\cap B=\varnothing$이므로 $2\in B$이어야 한다.
$8\notin B$이면 $A_9\cap B=\varnothing$이므로 $8\in B$이어야 한다.
$\{2, 8\}\cap A_4=\varnothing$, $\{2, 8\}\cap A_5=\varnothing$,
$\{2, 8\}\cap A_6=\varnothing$이고
$A_4\cap A_5\cap A_6=\{5\}$이므로 $5\in B$이어야 한다.
$B=\{2, 5, 8\}$에 대하여 집합 B의 원소의 개수는 3이고 집합 B는 모든 A_k와 서로소가 아니다.
(거짓)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ

22. [출제의도] 직선의 방정식 이해하기

직선 $y=-\dfrac{1}{3}x+2$에 수직인 직선의 기울기를 m이라 하면

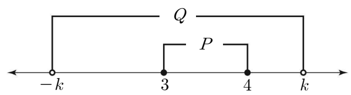
$\left(-\dfrac{1}{3}\right)\times m=-1$이므로 $m=3$

23. [출제의도] 도형의 평행이동 이해하기

점 $(-4, 3)$을 x축의 방향으로 a만큼,
y축의 방향으로 b만큼 평행이동한
점의 좌표가 $(-4+a, 3+b)$이므로
$a=5$, $b=2$
따라서 $a+b=7$

24. [출제의도] 명제의 조건을 이용하여 추론하기

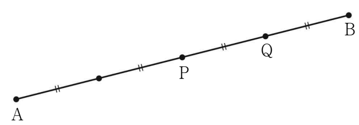
두 조건 p, q의 진리집합을 각각 P, Q라 하면
$P=\{x|3\le x\le 4\}$,
$Q=\{x|-k<x<k\}$
p가 q이기 위한 충분조건이 되려면 $P\subset Q$



$-k<3$, $k>4$이므로 $k>4$
자연수 k의 최솟값은 5

25. [출제의도] 두 점 사이의 거리를 활용하여 문제해결하기

선분 AB의 중점을 P,
선분 AB를 $3:1$로 내분하는 점을 Q라 하면
점 Q는 선분 PB의 중점이므로
$\overline{AB}=2\overline{PB}=4\overline{PQ}$



$\overline{PQ}=\sqrt{(4-1)^2+(3-2)^2}=\sqrt{10}$이므로

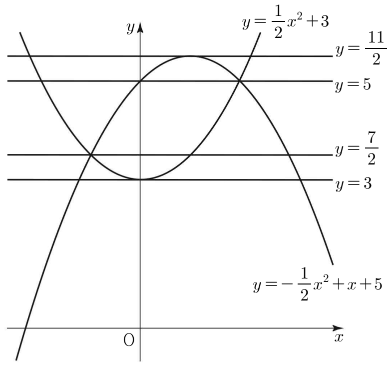
$\overline{AB}=4\sqrt{10}$, $\overline{AB}^2=160$

26. [출제의도] 근과 계수의 관계를 활용하여 문제해결하기

곡선 $y=x^2-8x+1$과 직선 $y=2x+6$의
두 교점 A, B의 좌표를 각각
$(\alpha, 2\alpha+6)$, $(\beta, 2\beta+6)$이라 하면
α, β는 $x^2-10x-5=0$의 서로 다른 두 실근이므로
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha+\beta=10$
점 (a, b)가 삼각형 OAB의 무게중심이므로
$a=\dfrac{\alpha+\beta+0}{3}$, $b=\dfrac{(2\alpha+6)+(2\beta+6)+0}{3}$
따라서 $a+b=\alpha+\beta+4=14$

27. [출제의도] 이차함수를 활용하여 문제해결하기

직선 $y=t$가 두 이차함수 $y=\dfrac{1}{2}x^2+3$,
$y=-\dfrac{1}{2}x^2+x+5$의 그래프와 만날 때, 만나는 서로 다른 점의 개수가 3인 경우는 그림과 같다.



따라서 모든 실수 t의 값의 합은
$3+\dfrac{7}{2}+5+\dfrac{11}{2}=17$

28. [출제의도] 복소수의 성질을 이용하여 추론하기

n	z^n	$(z+\sqrt{2})^n$	$z^n+(z+\sqrt{2})^n$
1	$\dfrac{-1+i}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}i$
2	$-i$	i	0
3	$\dfrac{1+i}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{-1+i}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}i$
4	-1	-1	-2
5	$\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{-1-i}{\sqrt{2}}$	$-\sqrt{2}i$
6	i	$-i$	0
7	$\dfrac{-1-i}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1-i}{\sqrt{2}}$	$-\sqrt{2}i$
8	1	1	2

$n=2$, 6일 때 $z^n+(z+\sqrt{2})^n=0$
$z^8=1$, $(z+\sqrt{2})^8=1$이므로
$z^2=z^{10}=z^{18}$, $z^6=z^{14}=z^{22}$,
$(z+\sqrt{2})^2=(z+\sqrt{2})^{10}=(z+\sqrt{2})^{18}$,
$(z+\sqrt{2})^6=(z+\sqrt{2})^{14}=(z+\sqrt{2})^{22}$
$z^n+(z+\sqrt{2})^n=0$을 만족시키는 25 이하의 자연수 n은 2, 6, 10, 14, 18, 22이다.
따라서 자연수 n의 개수는 6

29. [출제의도] 집합의 성질을 이용하여 추론하기

조건 (가), (나), (다)를 만족시키는 두 집합 A, B에 대하여 $S(A)-S(B)$의 값이 최대가 되려면
$S(A)$의 값이 최대이고 $S(B)$의 값이 최소이어야 한다.

9로 나눈 나머지가 같은 원소들로 이루어진 부분집합을 표로 나타내면 다음과 같다.

나머지	부분집합	나머지	부분집합
1	$\{1, 10, 19\}$	8	$\{8, 17\}$
2	$\{2, 11, 20\}$	7	$\{7, 16\}$
3	$\{3, 12\}$	6	$\{6, 15\}$
4	$\{4, 13\}$	5	$\{5, 14\}$
0	$\{9\}$	0	$\{18\}$

나머지의 합이 0 또는 9가 되는 두 부분집합 중 한 집합의 원소들만 집합 A에 속할 수 있다.
따라서 $S(A)$가 최대가 되려면 집합 U의 부분집합
$\{1, 10, 19\}$, $\{2, 11, 20\}$, $\{6, 15\}$, $\{5, 14\}$, $\{18\}$의 원소 중 큰 수부터 차례대로 집합 A의 원소가 되어야 한다.
조건 (가)에서 $n(A)=8$이므로
$S(A)$가 최대가 되기 위해 가능한 집합 A는
$\{6, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 20\}$ …… ㉠
10으로 나눈 나머지가 같은 원소들로 이루어진 부분집합을 표로 나타내면 다음과 같다.

나머지	부분집합	나머지	부분집합
1	$\{1, 11\}$	9	$\{9, 19\}$
2	$\{2, 12\}$	8	$\{8, 18\}$
3	$\{3, 13\}$	7	$\{7, 17\}$
4	$\{4, 14\}$	6	$\{6, 16\}$
5	$\{5\}$	5	$\{15\}$
0	$\{10\}$	0	$\{20\}$

나머지의 합이 0 또는 10이 되는 두 부분집합 중 한 집합의 원소들만 집합 B에 속할 수 있다.
따라서 $S(B)$가 최소가 되려면 집합 U의 부분집합
$\{1, 11\}$, $\{2, 12\}$, $\{3, 13\}$, $\{4, 14\}$, $\{5\}$, $\{10\}$의 원소 중 작은 수부터 차례대로 집합 B의 원소가 되어야 한다.
조건 (가)에서 $n(B)=8$이므로
$S(B)$가 최소가 되기 위해 가능한 집합 B는
$\{1, 2, 3, 4, 5, 10, 11, 12\}$ …… ㉡
㉠과 ㉡에서
조건 (가)의 $n(A\cap B)=1$을 만족시키려면
10, 11은 동시에 집합 $A\cap B$에 속할 수 없다.
$10\in B$, $11\in B$이면 $10\not\in A$ 또는 $11\not\in A$이다.
이때 1, 2, 5 중 적어도 하나가
집합 A에 속해야 하므로 $n(A\cap B)\neq 1$이 되어
조건 (가)를 만족시키지 않는다.
$S(B)$가 최소가 되려면 $10\in B$, $11\not\in B$이어야 한다.
따라서
$A=\{6, 10, 11, 14, 15, 18, 19, 20\}$,
$B=\{1, 2, 3, 4, 5, 10, 12, 13\}$일 때
$S(A)-S(B)$의 최댓값은 63이다.

30. [출제의도] 이차함수를 이용하여 추론하기

이차함수 $f(x)$의 이차항의 계수를 k라 하면
조건 (가), (나)에서
$f(x)=k(x-m)^2\,(k<0)$
조건 (나)에서 $f(m+4)=16k=32n$
$k=2n$이므로 $f(x)=2n(x-m)^2$
조건 (나)에서 일차함수 $g(x)$가 두 점
$(m, 0)$, $(m+4, 32n)$을 지나므로 $g(x)=8n(x-m)$
조건 (다)에서
$a=0$일 때
$g(m)=0$, $f(m)=0$이므로
$0\le b\le 0$을 만족시키는 정수 b의 개수는 1
$a=1$일 때
$g(m+1)=8n$, $f(m+1)=2n$이므로
$8n\le b\le 2n$을 만족시키는 정수 b의 개수는
$2n-8n+1=-6n+1$
$a=2$일 때
$g(m+2)=16n$, $f(m+2)=8n$이므로
$16n\le b\le 8n$을 만족시키는 정수 b의 개수는
$8n-16n+1=-8n+1$
$a=3$일 때
$g(m+3)=24n$, $f(m+3)=18n$이므로
$24n\le b\le 18n$을 만족시키는 정수 b의 개수는
$18n-24n+1=-6n+1$
$a=4$일 때
$g(m+4)=32n$, $f(m+4)=32n$이므로
$32n\le b\le 32n$을 만족시키는 정수 b의 개수는 1
조건 (다)에서
모든 순서쌍 (a, b)의 개수는 45이므로
$1+(-6n+1)+(-8n+1)+(-6n+1)+1=45$
$n=-2$
$f(x)=-4(x-m)^2$, $g(x)=-16(x-m)$
방정식 $\{f(x)\}^2-\{g(x)\}^2=0$에서
$16(x-m)^2(x-m+4)(x-m-4)=0$
$x=m-4$ 또는 $x=m$ 또는 $x=m+4$
최댓값과 최솟값의 합이 8이므로
$(m+4)+(m-4)=8$, $m=4$
$f(x)=-4(x-4)^2$, $g(x)=-16(x-4)$
따라서 $f(5)\times g(5)=64$