

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. 두 다항식

$$A = x^2 - xy + y^2, B = x^2 + xy - y^2$$

에 대하여 $A+B$ 는? [2점]

- ① $2x^2$ ② $2y^2$ ③ $2xy$
- ④ $x^2 + y^2$ ⑤ $2x^2 + xy$

2. 등식 $(1+2i)+(1+i)=a+bi$ 를 만족시키는 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 이차부등식 $(x-1)(x-5) \leq 0$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. x 에 대한 이차방정식 $x^2+4x+a=0$ 이 실근을 갖도록 하는 자연수 a 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항식 $P(x)$ 를 x^2+2x-3 으로 나눈 나머지가 $2x+5$ 일 때, $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

7. 복소수 $z=a+bi$ (a, b 는 실수)에 대하여

등식 $2z+\bar{z}=3+5i$ 가 성립할 때, $a+b$ 의 값은?

(단, $i=\sqrt{-1}$ 이고, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 등식 $a(x+1)^2+b(x-1)^2=5x^2-2x+5$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

8. 직선 $2x+3y+6=0$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 직선의 y 절편은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

10. 원 $x^2+y^2=16$ 을 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 원이 점 $(4, a)$ 를 지날 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

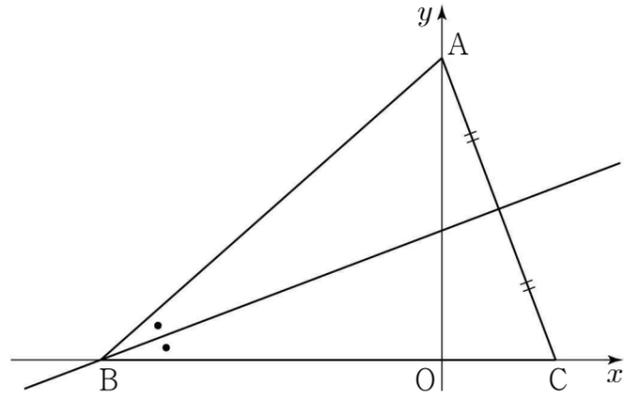
9. 다항식 $(x^2+x)(x^2+x+1)-6$ 이 $(x+2)(x-1)(x^2+ax+b)$ 로 인수분해될 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 좌표평면 위의 서로 다른 세 점 $A(-1, a)$, $B(1, 1)$, $C(a, -7)$ 이 한 직선 위에 있도록 하는 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

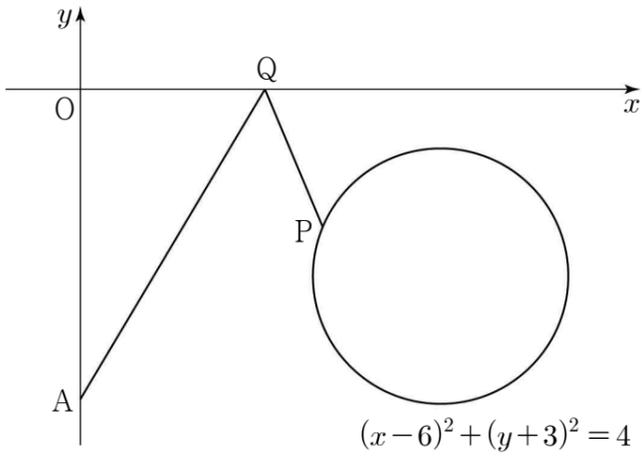
12. 그림과 같이 좌표평면 위의 세 점 $A(0, a)$, $B(-3, 0)$, $C(1, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. $\angle ABC$ 의 이등분선이 선분 AC 의 중점을 지날 때, 양수 a 의 값은? [3점]



- ① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

13. 원 $(x-6)^2+(y+3)^2=4$ 위의 점 P와 x축 위의 점 Q가 있다. 점 A(0, -5)에 대하여 $\overline{AQ}+\overline{QP}$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12



14. 두 자연수 a, b 에 대하여 이차함수 $f(x)=a(x-2)(x-b)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0)=6$
 (나) x 의 값의 범위가 $x > 2$ 일 때, $f(x) > 0$ 이다.

- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

15. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + (k-1)x^2 - k = 0$ 의 한 허근을 z 라 할 때, $z + \bar{z} = -2$ 이다. 실수 k 의 값은?
(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [4점]

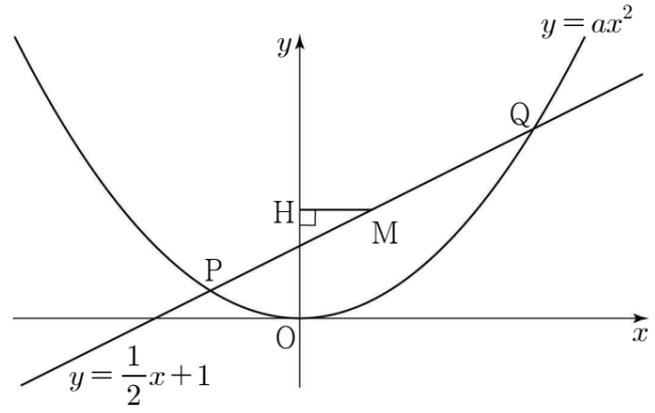
- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

16. 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2$ ($a > 0$)의 그래프와

직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 이 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다.

선분 PQ의 중점 M에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 하자.

선분 MH의 길이가 1일 때, 선분 PQ의 길이는? [4점]



- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

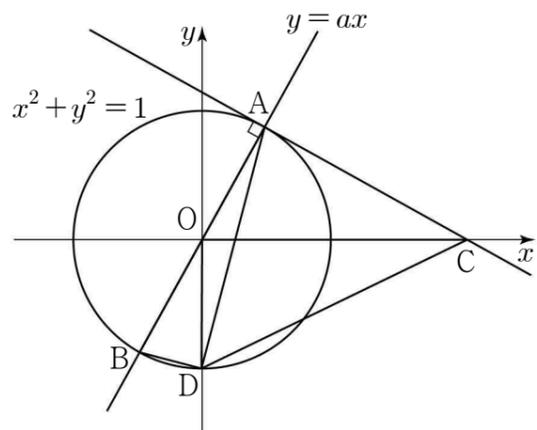
17. 이차항의 계수가 1인 이차다항식 $P(x)$ 와 일차항의 계수가 1인 일차다항식 $Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 다항식 $P(x+1) - Q(x+1)$ 은 $x+1$ 로 나누어떨어진다.
- (나) 방정식 $P(x) - Q(x) = 0$ 은 중근을 갖는다.

다항식 $P(x) + Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지가 12일 때, $P(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

18. 그림과 같이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = ax$ ($a > 0$)이 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하고, 점 A를 지나고 직선 $y = ax$ 에 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 C라 하자. 다음은 점 $D(0, -1)$ 에 대하여 두 삼각형 DAB와 DCO의 넓이를 각각 S_1, S_2 라 할 때, $\frac{S_2}{S_1} = 2$ 를 만족시키는 상수 a 의 값을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이고, 점 A의 x 좌표는 양수이다.)



원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = ax$ 가 만나는 점 A의 좌표는 $A(\boxed{\text{가}}, a \times \boxed{\text{가}})$ 이다.

점 A를 지나고 직선 $y = ax$ 에 수직인 직선을 l 이라 하자. 직선 l 의 방정식은 $y = -\frac{1}{a}x + \boxed{\text{나}}$ 이다.

점 C는 직선 l 과 x 축이 만나는 점이므로 점 C의 좌표는 $C(\sqrt{a^2 + 1}, 0)$ 이다.

점 $D(0, -1)$ 과 직선 AB 사이의 거리를 d 라 하면 $S_1 = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times d, S_2 = \frac{1}{2} \times \overline{OD} \times \overline{OC}$ 따라서 $\frac{S_2}{S_1} = 2$ 를 만족시키는 양수 a 의 값은 $a = \boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(a), g(a)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 k 라 할 때, $f(k) \times g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{6}$

19. 좌표평면 위에 점 $A(0, 1)$ 이 있다. 이차함수 $f(x) = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프 위의 점 $P\left(t, \frac{t^2}{4}\right)$ ($t > 0$)을 지나고 기울기가 $\frac{t}{2}$ 인 직선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보 기> —

- ㄱ. $t=2$ 일 때, 점 Q 의 x 좌표는 1이다.
 ㄴ. 두 직선 PQ 와 AQ 는 서로 수직이다.
 ㄷ. 선분 QA 를 3:2로 외분하는 점 R 가 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점일 때, 삼각형 RQP 의 넓이는 $6\sqrt{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 좌표평면 위의 두 점 $A(-1, -9)$, $B(5, 3)$ 에 대하여 $\angle APB = 45^\circ$ 를 만족시키는 점 P 가 있다. 서로 다른 세 점 A, B, P 를 지나는 원의 중심을 C 라 하자. 선분 OC 의 길이를 k 라 할 때, k 의 최솟값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

21. 좌표평면 위의 두 점 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원 C 가 있다. 점 A 를 지나고 기울기가 m ($0 < m < 1$)인 직선이 원 C 와 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 P 라 할 때, 선분 AP 를 3:1로 외분하는 점을 Q , 선분 BP 와 선분 OQ 가 만나는 점을 R 라 하자. 삼각형 OBR 의 넓이가 $\frac{9}{26}$ 일 때, 상수 m 의 값은?
(단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{12}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

단답형

22. $(x^2 + 2x + 5)^2$ 의 전개식에서 x 의 계수를 구하시오. [3점]

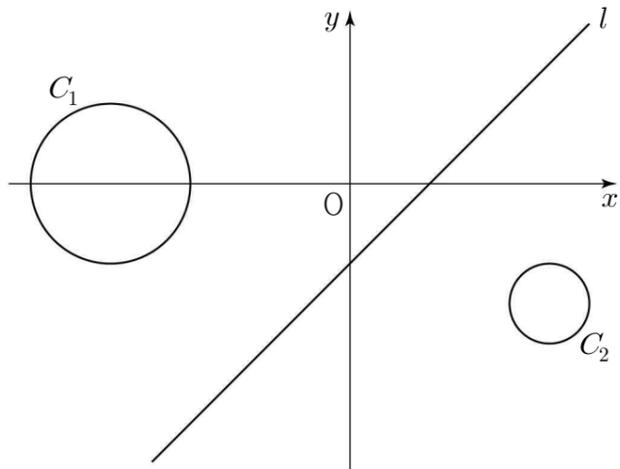
23. $0 \leq x \leq 5$ 일 때, 이차함수 $f(x) = (x - 2)^2 + 4$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

24. 이차함수 $y = x^2 + ax + 9$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

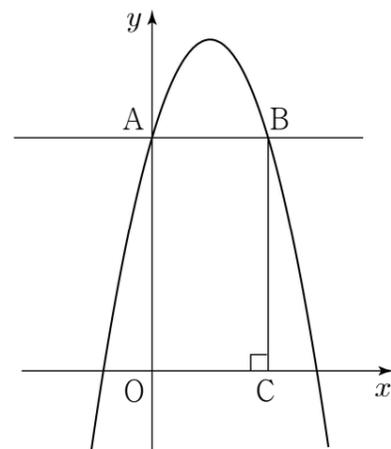
26. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+5 \leq 9 \\ |x-3| \leq 7 \end{cases}$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하시오. [4점]

25. 좌표평면 위의 세 점 $(0, 0)$, $(6, 0)$, $(-4, 4)$ 를 지나는 원의 중심의 좌표를 (p, q) 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 좌표평면 위에 두 원 $C_1 : (x+6)^2 + y^2 = 4$,
 $C_2 : (x-5)^2 + (y+3)^2 = 1$ 과 직선 $l : y = x - 2$ 가 있다.
 원 C_1 위의 점 P에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H_1 ,
 원 C_2 위의 점 Q에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H_2 라 하자.
 선분 H_1H_2 의 길이의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때,
 두 수 M, m 의 곱 Mm 의 값을 구하시오. [4점]



28. 그림과 같이 이차함수 $f(x) = -x^2 + 2kx + k^2 + 4$ ($k > 0$)의
 그래프가 y 축과 만나는 점을 A라 하자. 점 A를 지나고
 x 축에 평행한 직선이 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는
 점 중 A가 아닌 점을 B라 하고, 점 B에서 x 축에 내린
 수선의 발을 C라 하자. 사각형 OCBA의 둘레의 길이를
 $g(k)$ 라 할 때, 부등식 $14 \leq g(k) \leq 78$ 을 만족시키는
 모든 자연수 k 의 값의 합을 구하시오. (단, O는 원점이다.)
 [4점]



29. 제1사분면 위의 점 A와 제3사분면 위의 점 B에 대하여 두 점 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 점 A, B는 직선 $y=x$ 위에 있다.
 (나) $\overline{OB}=2\overline{OA}$

점 A에서 y 축에 내린 수선의 발을 H, 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 L이라 하자. 직선 AL과 직선 BH가 만나는 점을 P, 직선 OP가 직선 LH와 만나는 점을 Q라 하자.

세 점 O, Q, L을 지나는 원의 넓이가 $\frac{81}{2}\pi$ 일 때,

$\overline{OA} \times \overline{OB}$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

30. 좌표평면 위에 세 점 A(17, 0), B(5, 12), C(5, 5)가 있다. 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 원이 삼각형 OAB와 서로 다른 세 점에서만 만나도록 하는 모든 r 의 값의 곱을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.