# 정답 및 해설



## 수학 영역

### 정 답

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | ① | 2 | ⑤ | 3 | ⑤ | 4 | ④ | 5 | ⑤ |
| 6 | ② | 7 | ① | 8 | ③ | 9 | ④ | 10 | ④ |
| 11 | ① | 12 | ③ | 13 | ① | 14 | ① | 15 | ② |
| 16 | ③ | 17 | ② | 18 | ④ | 19 | ⑤ | 20 | ② |
| 21 | ⑤ | 22 | 20 | 23 | 13 | 24 | 6 | 25 | 10 |
| 26 | 7 | 27 | 23 | 28 | 15 | 29 | 162 | 30 | 35 |

### 해 설

1. [출제의도] 다항식 계산하기
$A+B=(x^2-xy+y^2)+(x^2+xy-y^2)=2x^2$

2. [출제의도] 복소수 계산하기
$(1+2i)+(1+i)=(1+1)+(2+1)i=2+3i$
$a=2$, $b=3$
따라서 $a+b=5$

3. [출제의도] 이차부등식 계산하기
이차부등식 $(x-1)(x-5)\leq 0$ 의 해가
$1\leq x\leq 5$ 이므로 자연수 $x$ 의 개수는 5

4. [출제의도] 이차방정식의 판별식 이해하기
이차방정식 $x^2+4x+a=0$ 의 판별식을
$D$ 라 하면 $D=4^2-4\times1\times a=16-4a\geq 0$
$a\leq 4$ 이므로 자연수 $a$ 의 개수는 4

5. [출제의도] 나머지정리 이해하기
다항식 $P(x)$ 를 $x^2+2x-3$ 으로 나눈 몫을
$Q(x)$ 라 하면
$P(x)=(x^2+2x-3)Q(x)+2x+5$
$\quad=(x-1)(x+3)Q(x)+2x+5$
따라서 다항식 $P(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는
나머지정리에 의하여 $P(1)=2+5=7$

6. [출제의도] 항등식 이해하기
$x$ 에 대한 항등식
$a(x+1)^2+b(x-1)^2=5x^2-2x+5$ 에
$x=1$ 을 대입하면
$4a=8$, $a=2$
$x=-1$ 을 대입하면
$4b=12$, $b=3$
따라서 $ab=6$

7. [출제의도] 복소수 이해하기
등식 $2z+\overline{z}=3+5i$ 에 $z=a+bi$, $\overline{z}=a-bi$ 를
대입하면 $2(a+bi)+(a-bi)=3+5i$
$3a+bi=3+5i$
$a=1$, $b=5$
따라서 $a+b=6$

8. [출제의도] 대칭이동을 활용하여 문제 해결하기
직선 $2x+3y+6=0$ 을 직선 $y=x$ 에 대하여
대칭이동한 직선의 방정식은 $3x+2y+6=0$
따라서 $y$ 절편은 $-3$

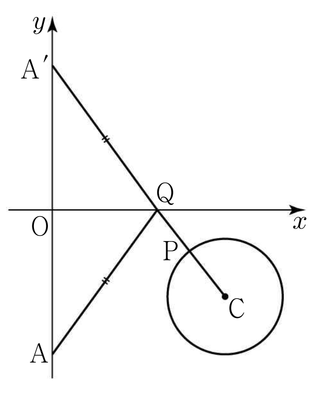
9. [출제의도] 인수분해 이해하기
$x^2+x=X$ 라 하면
$(x^2+x)(x^2+x+1)-6$
$=X(X+1)-6=X^2+X-6$
$=(X-2)(X+3)=(x^2+x-2)(x^2+x+3)$
$=(x+2)(x-1)(x^2+x+3)$
$a=1$, $b=3$
따라서 $a+b=4$

10. [출제의도] 평행이동 이해하기
원 $x^2+y^2=16$ 을 $x$ 축의 방향으로 4 만큼
평행이동한 원의 방정식은
$(x-4)^2+y^2=16$ $\cdots$ ㉠
점 $(4,\ a)$ 가 ㉠ 위의 점이므로
$a^2=16$
$a=4$ 또는 $a=-4$
$a>0$ 이므로 $a=4$

11. [출제의도] 직선의 방정식 이해하기
두 점 $\mathrm{A}(-1,\ a)$, $\mathrm{B}(1,\ 1)$ 을 지나는
직선의 방정식은 $y-1=\dfrac{1-a}{1-(-1)}(x-1)$
$y=\dfrac{1-a}{2}x+\dfrac{1+a}{2}$ $\cdots$ ㉠
점 $\mathrm{C}(a,\ -7)$ 이 ㉠ 위의 점이므로
$a^2-2a-15=(a-5)(a+3)=0$
$a=5$ 또는 $a=-3$
$a>0$ 이므로 $a=5$

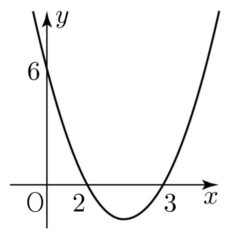
12. [출제의도] 두 점 사이의 거리를 활용하여 문제 해결하기
$\angle\mathrm{ABC}$ 의 이등분선이 선분 AC 의 중점을
지나므로 삼각형 ABC 는 $\overline{\mathrm{BA}}=\overline{\mathrm{BC}}$ 인
이등변삼각형이다.
$\overline{\mathrm{BA}}=\overline{\mathrm{BC}}$ 이므로 $\sqrt{9+a^2}=4$
$a=\sqrt{7}$ 또는 $a=-\sqrt{7}$
$a>0$ 이므로 $a=\sqrt{7}$

13. [출제의도] 대칭이동을 활용하여 문제 해결하기

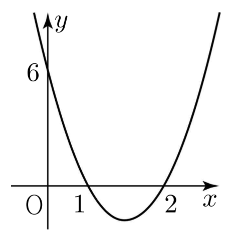



점 $\mathrm{A}(0,\ -5)$ 를 $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을
$\mathrm{A}'$ 이라 하면 $\mathrm{A}'(0,\ 5)$
원의 중심을 C 라 하면 $\mathrm{C}(6,\ -3)$
$\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{A'Q}}$, $\overline{\mathrm{A'C}}=\sqrt{(6-0)^2+(-3-5)^2}=10$
$\overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{QP}}=\overline{\mathrm{A'Q}}+\overline{\mathrm{QP}}\geq\overline{\mathrm{A'P}}\geq\overline{\mathrm{A'C}}-2=8$
따라서 $\overline{\mathrm{AQ}}+\overline{\mathrm{QP}}$ 의 최솟값은 8

14. [출제의도] 이차함수의 그래프 이해하기
조건 (가)에 의하여 $f(0)=2ab=6$ 이므로
$ab=3$
$a$, $b$ 가 자연수이므로
$a=1$, $b=3$ 또는 $a=3$, $b=1$
(i) $a=1$, $b=3$ 일 때
$f(x)=(x-2)(x-3)$



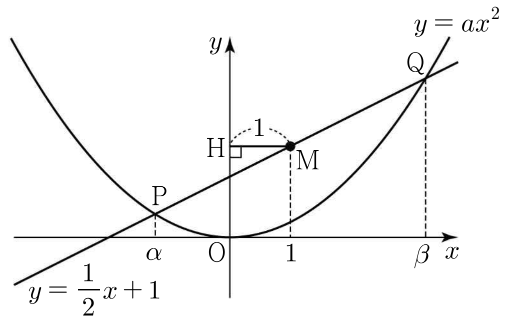

$2<x\leq 3$ 일 때 $f(x)\leq 0$ 이므로
조건 (나)를 만족시키지 않는다.
(ii) $a=3$, $b=1$ 일 때
$f(x)=3(x-2)(x-1)$




$x$ 의 값의 범위가 $x>2$ 일 때, $f(x)>0$ 이므로
조건 (나)를 만족시킨다.
(i), (ii)에 의하여 $a=3$, $b=1$
$f(x)=3(x-2)(x-1)$
따라서 $f(4)=18$

15. [출제의도] 삼차방정식 이해하기
삼차방정식 $x^3+(k-1)x^2-k=0$ 의 한 허근이
$z$ 이면 켤레복소수 $\overline{z}$ 도 주어진 삼차방정식의
근이다.
$x^3+(k-1)x^2-k=(x-1)(x^2+kx+k)=0$
이므로 주어진 삼차방정식의 두 허근 $z$, $\overline{z}$ 는
이차방정식 $x^2+kx+k=0$ 의 두 근이다.
근과 계수의 관계에 의하여 $z+\overline{z}=-k=-2$
따라서 $k=2$

16. [출제의도] 이차방정식과 이차함수의 관계를 활용하여 문제 해결하기




$ax^2=\frac{1}{2}x+1$ 에서 $2ax^2-x-2=0$
두 점 P, Q의 $x$좌표를 각각 $\alpha$, $\beta$ $(\alpha<\beta)$라 하면 이차방정식의 근과 계수의 관계에서
$\alpha+\beta=\frac{1}{2a}$, $\alpha\beta=-\frac{1}{a}$ ⋯ ㉠
점 M의 $x$좌표는 $\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{1}{4a}=1$, $a=\frac{1}{4}$
㉠에 의하여 $\alpha+\beta=2$, $\alpha\beta=-4$
$\mathrm{P}\left(\alpha,\ \frac{\alpha}{2}+1\right)$, $\mathrm{Q}\left(\beta,\ \frac{\beta}{2}+1\right)$이므로
$\overline{\mathrm{PQ}}=\sqrt{(\beta-\alpha)^2+\frac{1}{4}(\beta-\alpha)^2}$
$=\frac{\sqrt{5}}{2}\sqrt{(\beta-\alpha)^2}$
$=\frac{\sqrt{5}}{2}\sqrt{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}=5$
따라서 선분 PQ의 길이는 5

17. [출제의도] 나머지정리를 활용하여 추론하기

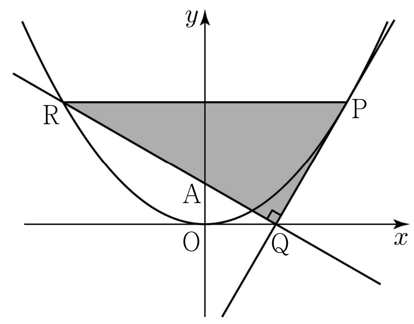
세 실수 $a$, $b$, $c$에 대하여
$P(x)=x^2+ax+b$, $Q(x)=x+c$라 하자.
$P(x+1)-Q(x+1)$
$=\{(x+1)^2+a(x+1)+b\}-\{(x+1)+c\}$
$=(x+1)\{(x+1)+a-1\}+(b-c)$
$=(x+1)(x+a)+(b-c)$
조건 (가)에 의하여 $b=c$
$P(x)-Q(x)=x^2+(a-1)x$
조건 (나)에 의하여 $a=1$ ⋯ ㉠
$P(x)+Q(x)=x^2+2x+2b$
$P(x)+Q(x)$를 $x-2$로 나눈 나머지가 12이므로 $2b=4$, $b=c=2$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에 의하여
$P(x)=x^2+x+2$, $Q(x)=x+2$
따라서 $P(2)=8$

18. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를 활용하여 추론하기

원 $x^2+y^2=1$과 직선 $y=ax$가 만나는 점 A의 좌표는
$\mathrm{A}\left(\boxed{\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}},\ a\times\boxed{\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}}\right)$이다.
점 A를 지나고 직선 $y=ax$에 수직인 직선을 $l$이라 하자. 직선 $l$의 방정식은
$y=-\frac{1}{a}\left(x-\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}\right)+\frac{a}{\sqrt{a^2+1}}$
$=-\frac{1}{a}x+\boxed{\frac{\sqrt{a^2+1}}{a}}$ 이다.
점 C는 직선 $l$과 $x$축이 만나는 점이므로
점 C의 좌표는 $\mathrm{C}\left(\sqrt{a^2+1},\ 0\right)$이다.
점 $\mathrm{D}(0,\ -1)$과 직선 AB 사이의 거리를 $d$라 하면 $d=\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}$
$S_1=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{AB}}\times d=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}$
$=\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}$ 이고,
$S_2=\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{OD}}\times\overline{\mathrm{OC}}=\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{a^2+1}$
$=\frac{\sqrt{a^2+1}}{2}$ 이다.
$\frac{S_2}{S_1}=\frac{\sqrt{a^2+1}}{2}\times\sqrt{a^2+1}=\frac{a^2+1}{2}$ 이다.
따라서 $\frac{S_2}{S_1}=2$를 만족시키는 양수 $a$의 값은
$a=\boxed{\sqrt{3}}$ 이다.
그러므로
$f(a)=\frac{1}{\sqrt{a^2+1}}$, $g(a)=\frac{\sqrt{a^2+1}}{a}$, $k=\sqrt{3}$
따라서 $f(\sqrt{3})\times g(\sqrt{3})=\frac{\sqrt{3}}{3}$

19. [출제의도] 두 직선의 위치 관계를 활용하여 추론하기

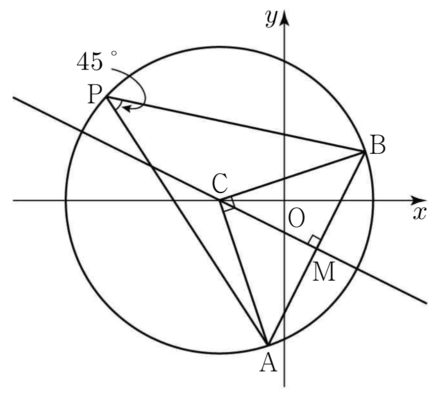
ㄱ. $t=2$이므로 $\mathrm{P}(2,\ 1)$
직선 PQ의 방정식은 $y=(x-2)+1=x-1$
점 Q의 $x$좌표는 1 (참)
ㄴ. 직선 PQ의 방정식은 $y-\frac{t^2}{4}=\frac{t}{2}(x-t)$
$y=\frac{t}{2}x-\frac{t^2}{4}$ 에서 $\mathrm{Q}\left(\frac{t}{2},\ 0\right)$
직선 PQ의 기울기는 $\frac{t}{2}$이고,
직선 AQ의 기울기는 $\frac{0-1}{\frac{t}{2}-0}=-\frac{2}{t}$
$\frac{t}{2}\times\left(-\frac{2}{t}\right)=-1$ 이므로
두 직선 PQ와 AQ는 서로 수직이다. (참)
ㄷ. 점 R는 선분 QA를 3 : 2로 외분하는 점이므로
점 R의 $x$좌표는 $\frac{3\times 0-2\times\frac{t}{2}}{3-2}=-t$
점 R의 $y$좌표는 $\frac{3\times 1-2\times 0}{3-2}=3$
$\mathrm{R}(-t,\ 3)$이고, 점 R가 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프 위의 점이므로 $3=\frac{1}{4}\times(-t)^2$
$t^2=12$에서 $t>0$이므로 $t=2\sqrt{3}$
$\mathrm{R}(-2\sqrt{3},\ 3)$, $\mathrm{Q}(\sqrt{3},\ 0)$, $\mathrm{P}(2\sqrt{3},\ 3)$
삼각형 RQP의 넓이는
$\frac{1}{2}\times\overline{\mathrm{RQ}}\times\overline{\mathrm{QP}}=\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ (참)




따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

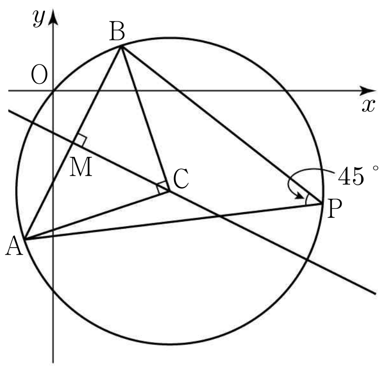
[다른 풀이]
ㄷ. $\mathrm{Q}(\sqrt{3},\ 0)$, $\mathrm{P}(2\sqrt{3},\ 3)$이므로
삼각형 AQP의 넓이는 $2\sqrt{3}$이다.
점 R는 선분 QA를 3 : 2로 외분하는 점이므로
두 삼각형 RQP와 AQP의 넓이의 비는 3 : 1
그러므로 삼각형 RQP의 넓이는 $6\sqrt{3}$ (참)

20. [출제의도] 원의 방정식을 활용하여 문제 해결하기

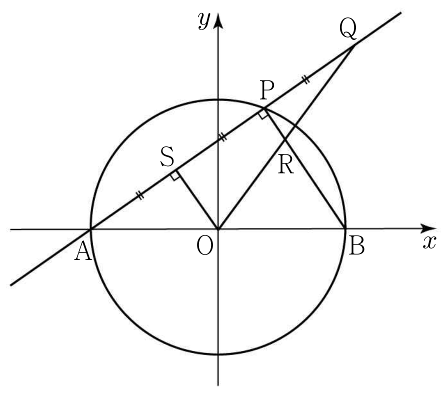



호 AB에 대한 원주각이 $\angle\mathrm{APB}=45^\circ$이므로
호 AB에 대한 중심각은 $\angle\mathrm{ACB}=90^\circ$
삼각형 ABC는 $\overline{\mathrm{CA}}=\overline{\mathrm{CB}}$인 직각이등변삼각형이다.
주어진 원의 반지름의 길이를 $r=\overline{\mathrm{CA}}$라 하면
삼각형 ABC에서 $\overline{\mathrm{AB}}^2=\overline{\mathrm{CA}}^2+\overline{\mathrm{CB}}^2=2r^2$
선분 AB의 길이가 $6\sqrt{5}$이므로 $r=3\sqrt{10}$
선분 AB의 중점을 M이라 하면
점 M의 좌표는 $\mathrm{M}(2,\ -3)$
직선 AB의 기울기가 2이고
직선 CM은 선분 AB의 수직이등분선이므로
직선 CM의 방정식은 $y=-\frac{1}{2}x-2$
점 C의 좌표를 $\mathrm{C}(2a,\ -a-2)$라 하자.
점 C를 중심으로 하는 원의 방정식은
$(x-2a)^2+(y+a+2)^2=90$
점 $\mathrm{B}(5,\ 3)$이 원 위의 점이므로
$(5-2a)^2+(5+a)^2=90$
$5a^2-10a-40=0$
$a^2-2a-8=(a-4)(a+2)=0$
$a=4$ 또는 $a=-2$
$\mathrm{C}(8,\ -6)$ 또는 $\mathrm{C}(-4,\ 0)$
$k=10$ 또는 $k=4$
따라서 $k$의 최솟값은 4

[참고]
C(8, $-6$)인 경우는 다음과 같다.




21. [출제의도] 선분의 내분과 외분을 활용하여 문제 해결하기




원의 중심 O 에서 선분 AP 에 내린 수선의 발을 S 라 하자.
선분 AP 가 원 $C$의 현이므로 $\overline{\mathrm{AS}}=\overline{\mathrm{SP}}$
점 Q 가 선분 AP 를 3 : 1 로 외분하는 점이므로
$\overline{\mathrm{AS}}=\overline{\mathrm{SP}}=\overline{\mathrm{PQ}}$
$\angle$APB 는 호 AB 에 대한 원주각이고,
선분 AB 는 원의 지름이므로 $\angle\mathrm{APB}=90°$
두 삼각형 QSO 와 QPR 에서
$\angle\mathrm{QSO}=\angle\mathrm{QPR}=90°$, $\angle$Q 는 공통이므로
두 삼각형 QSO 와 QPR 는 닮음비가 2 : 1 인 닮은 도형이다.
그러므로 점 R 는 선분 OQ 의 중점이다.
삼각형 OBR 의 넓이는
$\dfrac{9}{26}=\dfrac{1}{2}\times1\times$(점 R 의 $y$좌표)
점 R 의 $y$좌표는 $\dfrac{9}{13}$, 점 Q 의 $y$좌표는 $\dfrac{18}{13}$
점 P 는 선분 AQ 를 2 : 1 로 내분하는 점이므로
점 P 의 $y$좌표는 $\dfrac{2\times\frac{18}{13}+1\times0}{2+1}=\dfrac{12}{13}$
점 P 의 좌표를 $\mathrm{P}\left(a,\ \dfrac{12}{13}\right)$라 하면
$0<m<1$이므로 점 P 의 $x$좌표는 양수이고,
점 P 는 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점이므로 $a=\dfrac{5}{13}$
점 A 를 지나고 기울기가 $m$인 직선의 방정식은
$y=m(x+1)$
점 $\mathrm{P}\left(\dfrac{5}{13},\ \dfrac{12}{13}\right)$는 직선 $y=m(x+1)$ 위의
점이므로 $\dfrac{12}{13}=m\left(\dfrac{5}{13}+1\right)$
따라서 $m=\dfrac{2}{3}$

22. [출제의도] 다항식 계산하기
$(x^2+2x+5)^2=x^4+4x^3+14x^2+20x+25$
따라서 $x$의 계수는 20

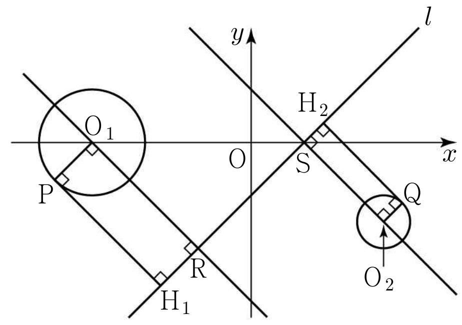
23. [출제의도] 이차함수의 최대, 최소 이해하기
이차함수 $y=f(x)$의 그래프의 꼭짓점의
$x$좌표 2는 주어진 $x$의 값의 범위에 속한다.
$f(0)=8$, $f(2)=4$, $f(5)=13$이므로
$0\le x\le5$일 때, $4\le f(x)\le13$
따라서 최댓값은 13

24. [출제의도] 이차방정식과 이차함수 이해하기
이차방정식 $x^2+ax+9=0$의 판별식을
$D$라 하면 $D=a^2-36=(a-6)(a+6)=0$
$a=6$ 또는 $a=-6$
$a>0$이므로 $a=6$

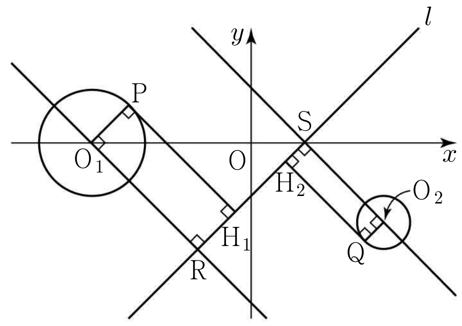
25. [출제의도] 원의 방정식 계산하기
원점을 지나는 원의 방정식
$x^2+y^2+ax+by=0$ ($a$, $b$는 상수)이
두 점 (6, 0), ($-4$, 4)를 지나므로
$\begin{cases}36+6a=0 & \cdots ㉠\\ 32-4a+4b=0 & \cdots ㉡\end{cases}$
㉠, ㉡에 의하여 $a=-6$, $b=-14$
구하는 원의 방정식은 $x^2+y^2-6x-14y=0$
$(x-3)^2+(y-7)^2=58$
원의 중심의 좌표는 (3, 7)
따라서 $p+q=10$

26. [출제의도] 절댓값이 포함된 연립일차부등식 이해하기
$\begin{cases}2x+5\le9 & \cdots ㉠\\ |x-3|\le7 & \cdots ㉡\end{cases}$
㉠에서 $x\le2$
㉡에서 $-7\le x-3\le7$, $-4\le x\le10$
그러므로 주어진 연립부등식의 해는
$-4\le x\le2$
따라서 정수 $x$의 개수는 7

27. [출제의도] 원과 직선의 위치 관계를 활용하여 문제 해결하기
두 원 $C_1$, $C_2$의 중심을 각각 $\mathrm{O}_1$, $\mathrm{O}_2$,
두 원 $C_1$, $C_2$의 반지름의 길이를
각각 $r_1$, $r_2$라 하자.
점 $\mathrm{O}_1(-6,\ 0)$에서 직선 $l$에 내린
수선의 발을 R, 점 $\mathrm{O}_2(5,\ -3)$에서 직선 $l$에
내린 수선의 발을 S 라 하면
직선 $\mathrm{O}_1$R 와 직선 $l$이 서로 수직이므로
직선 $\mathrm{O}_1$R 의 방정식은 $y=-x-6$
직선 $l$과 직선 $\mathrm{O}_1$R 가 만나는 점의 좌표는
R($-2$, $-4$)
직선 $\mathrm{O}_2$S 와 직선 $l$이 서로 수직이므로
직선 $\mathrm{O}_2$S 의 방정식은 $y=-x+2$
직선 $l$과 직선 $\mathrm{O}_2$S 가 만나는 점의 좌표는
S(2, 0)
$\overline{\mathrm{RS}}=\sqrt{(2+2)^2+(0+4)^2}=4\sqrt{2}$ 이므로
선분 $\mathrm{H}_1\mathrm{H}_2$의 길이의 최댓값 $M$은
$M=\overline{\mathrm{RS}}+r_1+r_2=4\sqrt{2}+3$

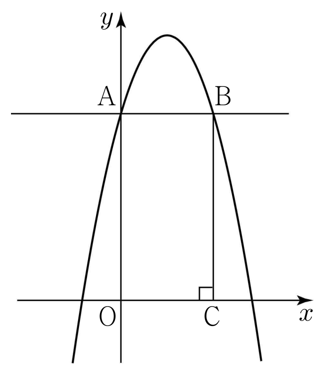



선분 $\mathrm{H}_1\mathrm{H}_2$의 길이의 최솟값 $m$은
$m=\overline{\mathrm{RS}}-r_1-r_2=4\sqrt{2}-3$




따라서 $Mm=23$

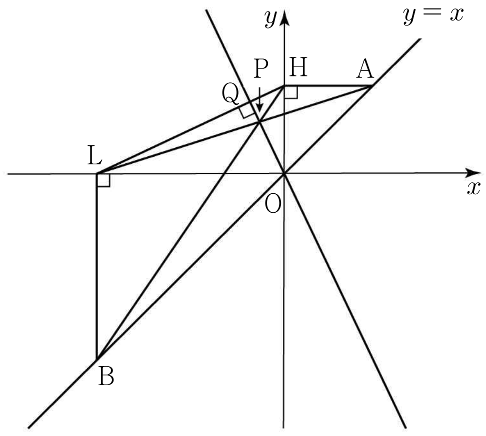
28. [출제의도] 연립부등식을 활용하여 문제 해결하기




점 A 가 $y$축 위의 점이므로 $\mathrm{A}(0,\ k^2+4)$
$-x^2+2kx+k^2+4=k^2+4$에서
$x^2-2kx=x(x-2k)=0$
$x=0$ 또는 $x=2k$
점 B 와 점 C 의 좌표는 각각
$\mathrm{B}(2k,\ k^2+4)$, $\mathrm{C}(2k,\ 0)$
$k>0$이므로
$g(k)=2\times2k+2(k^2+4)=2k^2+4k+8$
$14\le2k^2+4k+8\le78$
$7\le k^2+2k+4\le39$
(i) $7\le k^2+2k+4$
$k^2+2k-3\ge0$, $(k+3)(k-1)\ge0$이므로
$k\le-3$ 또는 $k\ge1$ $\cdots$ ㉠
(ii) $k^2+2k+4\le39$
$k^2+2k-35\le0$, $(k+7)(k-5)\le0$이므로
$-7\le k\le5$ $\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여
$-7\le k\le-3$ 또는 $1\le k\le5$
$k>0$이므로 $1\le k\le5$
따라서 모든 자연수 $k$의 값의 합은

$1+2+3+4+5=15$

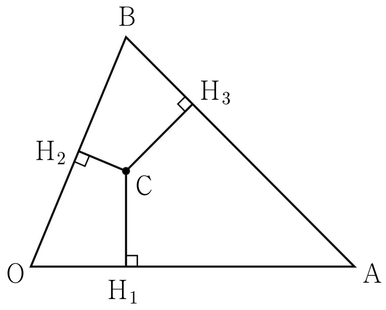
**29. [출제의도] 직선의 방정식을 활용하여 문제 해결하기**



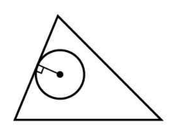
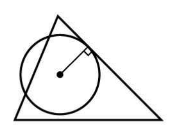

양수 $a$에 대하여
$A(a,\ a)$, $B(-2a,\ -2a)$라 하면
$H(0,\ a)$, $L(-2a,\ 0)$
직선 AL의 방정식은 $y=\frac{1}{3}x+\frac{2}{3}a$
직선 BH의 방정식은 $y=\frac{3}{2}x+a$
점 P의 좌표는 $P\left(-\frac{2}{7}a,\ \frac{4}{7}a\right)$
직선 OP의 방정식은 $y=-2x$
직선 LH의 방정식은 $y=\frac{1}{2}x+a$
두 직선 LH와 OP의 기울기의 곱이 $-1$이므로
두 직선은 서로 수직이다.
선분 OL은 세 점 O, Q, L을 지나는 원의
지름이고 $\overline{OL}=2a$
주어진 원의 넓이 $\pi a^2=\frac{81}{2}\pi$에서 $a=\frac{9}{\sqrt{2}}$
$\overline{OA}=\sqrt{2}a=9$, $\overline{OB}=2\sqrt{2}a=18$
따라서 $\overline{OA}\times\overline{OB}=162$

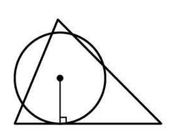
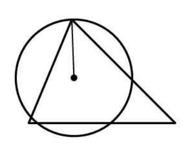
**30. [출제의도] 점과 직선 사이의 거리를 활용하여 문제 해결하기**

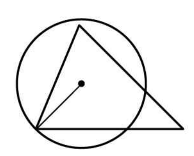
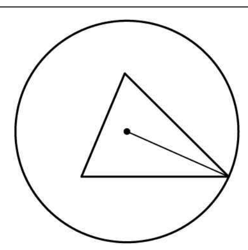
점 $C(5,\ 5)$에서 세 선분 OA, OB, AB에 내린
수선의 발을 각각 $H_1$, $H_2$, $H_3$이라 하자.




점 C에서 세 꼭짓점과 세 변에 이르는
거리에 따라 원이 삼각형과 만나는 서로 다른
점의 개수가 달라진다.
$r$가 $\overline{CO}$, $\overline{CA}$, $\overline{CB}$, $\overline{CH_1}$, $\overline{CH_2}$, $\overline{CH_3}$과
각각 같은 경우만 고려하면 충분하다.
$\overline{CO}=5\sqrt{2}$, $\overline{CA}=13$, $\overline{CB}=7$, $\overline{CH_1}=5$
직선 OB의 방정식은 $12x-5y=0$이므로
점 C와 직선 OB 사이의 거리는
$\overline{CH_2}=\frac{35}{13}$
직선 AB의 방정식은 $x+y-17=0$이므로
점 C와 직선 AB 사이의 거리는
$\overline{CH_3}=\frac{7\sqrt{2}}{2}$
$\overline{CH_2}<\overline{CH_3}<\overline{CH_1}<\overline{CB}<\overline{CO}<\overline{CA}$
$\overline{CA}\neq\overline{CB}$이므로
점 C를 중심으로 하는 삼각형 OAB의
외접원은 존재하지 않는다.
$\overline{CH_1}\neq\overline{CH_2}$이므로
점 C를 중심으로 하는 삼각형 OAB의
내접원은 존재하지 않는다.
점 C를 중심으로 하는 원의 반지름의 길이
$r$가 $\overline{CH_2}$, $\overline{CH_3}$, $\overline{CH_1}$, $\overline{CB}$, $\overline{CO}$, $\overline{CA}$와
각각 같은 경우는 다음과 같다.

| $r=\overline{CH_2}$ | $r=\overline{CH_3}$ |
|---|---|
|  |  |
| 한 점에서만 만난다. | 세 점에서만 만난다. |

| $r=\overline{CH_1}$ | $r=\overline{CB}$ |
|---|---|
|  |  |
| 다섯 점에서만 만난다. | 다섯 점에서만 만난다. |

| $r=\overline{CO}$ | $r=\overline{CA}$ |
|---|---|
|  |  |
| 세 점에서만 만난다. | 한 점에서만 만난다. |

$r$가 $\overline{CH_3}$, $\overline{CO}$와 각각 같을 때 원과
삼각형이 서로 다른 세 점에서만 만난다.
따라서 점 C를 중심으로 하고 반지름의 길이가
$r$인 원이 삼각형 OAB와 서로 다른 세 점에서
만 만나도록 하는 모든 $r$의 값의 곱은
$\frac{7\sqrt{2}}{2}\times5\sqrt{2}=35$